

תרגול III - מכניקה

*2. חללית A נעה לאורך מסלול ספיראלי (בדו-ממד) $r(t) = kt^\alpha$, כאשר $\alpha > 1$ ו- k הם קבועים חיוביים נתונים. נתון:

$$\ddot{\vec{r}}(t) \cdot \hat{r} = k\alpha(\alpha - 1)t^{\alpha-2} - k\beta^2 t^\alpha e^{2\beta t}$$

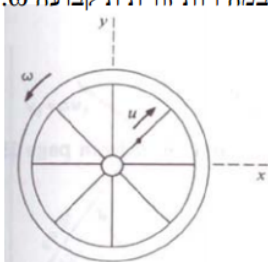
החללית נעה נגד כיוון השעון. בזמן $t_0=0$ החללית הצתה את ציר y .

- (א) מצאו את מיקום החללית בקואורדינטות קרטזיות.
 (ב) חללית B נעה על מסלול ספיראלי $r(t) = \frac{1}{2}kt^\alpha$, כאשר הזווית $\theta(t)$ זהה עבור שתי החלליות. מה יהיו מיקומה, מהירותה ותאוצתה של חללית A עבור צופה היושב בחללית B?
 (ג) תארו באופן מילולי את תנועתה היחסית של חללית A, עבור צופה היושב בחללית B, אם $\alpha=2$.

פתרון:

- (א) בעצם מה שכתוב בצד שמאל של הביטוי הארוך זה רכיב התאוצה בכיוון \hat{r} .
 ע"פ הנתון נקבל $\theta(t=0) = 60^\circ = \frac{\pi}{2}$, $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$, הנתון המגעיל למעלה הוא $\ddot{r}(t)\hat{r} = \ddot{a}\hat{r}$ ואם נגזור ע"פ הנתון נקבל: $\dot{r} = \alpha kt^{\alpha-1}$, $\ddot{r} = \alpha(\alpha - 1)kt^{\alpha-2}$. נציב ונקבל כי:
 $k\alpha(\alpha - 1)t^{\alpha-2} - kt^\alpha\dot{\theta}^2 = k\alpha(\alpha - 1)t^{\alpha-2} - k\beta^2 t^\alpha e^{2\beta t}$ נבצע אינטגרל על מצנת לגלות כי הוקטור הוא $\theta = \pm \int \beta e^{\beta t} dt = \pm e^{\beta t} + c$ ואם נציב את הנתון $\theta(t=0) = 60^\circ = \frac{\pi}{2} = 1 + c$ נקבל כי $c = \frac{\pi}{2} - 1$. ניתן להניח כי $\beta > 0$ ואז נקבל כי $\theta(t) = e^{\beta t} + \frac{\pi}{2} - 1$ ואז $x = kt^\alpha \sin[e^{\beta t} - 1]$, $y = -kt^\alpha \cos[e^{\beta t} - 1]$.
 (ב) $\vec{r}_A - \vec{r}_B = r_A\hat{r}_A - r_B\hat{r}_B = (r_A - r_B)\hat{r}_A = \frac{1}{2}r_A\hat{r}_A$ זהו המרחק ביניהם. $\theta = \frac{\pi}{2}$ מאחר ומדובר בקבוע, ניתן פשוט לגזור את זה. $\vec{V} = \Delta\dot{R} = \frac{1}{2}\dot{r}_A\hat{r}_A = \frac{1}{2}kat^{\alpha-1}$ בעקבות כך שמדובר בקבוע, נקבל כי $\vec{a} = \dot{r}\hat{r}$ נציב ונקבל כי $\vec{a} = \frac{1}{2}k\alpha(\alpha - 1)t^{\alpha-2}$.
 (ג) פשוט נציב את הזווית כ-2. נקבל שהתאוצה קבועה, $\vec{a} = k$.

*3. חרוז נע במהירות קבועה u לאורך חישור של אופן, כאשר האופן עצמו מסתובב סביב צירו במהירות זוויתית קבועה ω . ציר האופן לא זז. החישור מקביל לציר ה-x בזמן $t=0$; החרוז נמצא בזמן $t=0$ בראשית הצירים.



מצאו את מהירותו ותאוצתו של החרוז

- (א) במערכת קואורדינטות פולארית
 (ב) במערכת קואורדינטות קרטזיות.

פתרון בפולארית: $r = ut, \theta = \omega t$, ותנאי ההתחלה מתקיים כראוי.
 מהירות: $V_{פולארית} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} = u\hat{r} + ut\omega\hat{\theta}$
 התאוצה: $\vec{a} = -u\omega^2\hat{r} + 2u\omega\hat{\theta}$ ומוכרת לנו.

*8. נתונים שני בלוקים בעלי מסות m_1 ו- m_2 היושבים זה ליד זה על שולחן. דוחפים ב- m_1 בכוח F . מהו גודל כוח המגע בין שני הבלוקים?

פתיחה פשוט כמו שלמדנו בתיכון ייתן לנו כי: $a = \frac{F}{m_1 + m_2}$, ועבור הגוף השמאלי נקבל $F - N = m_a a$, נבודד, נציב, נחליף, שוב נבודד ונקבל כי $N = m_2 \frac{F}{m_1 + m_2}$