תרגיל 6 מרוכבות

23 במאי 2017

1. תהי $f(z)$ פונקציה שלמה המקיימת כי $|f(z)| \leq M|z|^n$ עבור $M > 0$ כלשהוא. הוכיחו כי $f(z)$ היא פולינום ממעלה n לכל היותר.
רמז: חזרו על ההוכחה של משפט ליוביל.

2. מצאו את כל נקודות המקסימום (הגלובאליות) של הפונקציה

$$f(z) = z^2 - 3z + 2$$

בעיגול $\{z \mid |z| \leq 1\}$

3. תהי $f(z)$ אנלטית בעיגול היחידה (כלומר ב $\{z \mid |z| < 1\}$) עם התכונה שלכל z כך ש $0 < |z| < 1$ מתקיים ש $|f(z)| \leq \ln \frac{1}{|z|}$. הוכיחו כי f היא פונקציית האפס.

4. תהי $f(z)$ אנליטית בפנים ועל השפה של העיגול $\{z \mid |z - a| = R\}$. f כמובן חסומה על השפה של המעגל. נסמן ב M חסם, כלומר $|f(z)| \leq M$ לכל z כך ש $|z - a| = R$. הוכיחו כי

$$|f^{(n)}(a)| \leq \frac{M \cdot n!}{R^n}.$$