

פתרון תרגיל 19 – לוגיקה 2014

תרגיל 1

נתון הפשר הבא:

תחום הדיון: $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$$I(P) = \{2, 3, 5, 6\}$$

$$I(Q) = \{4, 9\}$$

$$I(R) = \{\langle x, y \rangle \mid x > y\}$$

$$I(a) = 1$$

$$I(b) = 5$$

קבעו את ערך האמת של כל אחד מהנב"כים הבאים בפשר הנתון:

$$\forall x (Px \rightarrow Rxa) \quad \mathbf{.1}$$

"כל המספרים ב- P הם גדולים יותר מ-1" – **אמת**.

$$\forall x \exists y Rxy \quad \mathbf{.2}$$

"לכל מספר x בתחום הדיון קיים מספר y בתחום הדיון כך ש- x גדול יותר מ- y " – **שקר**. כי למשל למספר 1 אין מספר כך ש-1 גדול ממנו.

$$\forall x (Px \rightarrow \exists y (Qy \wedge Rxy)) \quad \mathbf{.3}$$

"לכל מספר x ב- P קיים מספר y ב- Q כך ש- x יותר גדול מ- y " – **שקר**. כי למשל המספר 2 ב- P אינו גדול מאף מספר ב- Q .

$$\forall x (Px \rightarrow Pb) \quad \mathbf{.4}$$

הסיפא של הפסוק היא Pb ומכיוון ש-5 אכן שייך ל- P , הפסוק Pb הוא אמיתי, ולכן טענת התנאי אמיתית (לכל x) ולכן הפסוק כולו **אמיתי**.

$$\exists x \exists y ((Px \wedge Qy) \wedge Rxy) \quad \mathbf{.5}$$

"קיימים שני מספרים: x ב- P ו- y ב- Q כך ש- x גדול יותר מ- y " – **אמת**. קחו למשל את 6 ואת 4.

$$\forall x \forall y ((Px \wedge Qy) \rightarrow Rxy) \quad \mathbf{.6}$$

"כל המספרים ב- P גדולים יותר מכל המספרים ב- Q " – **שקר**. כי, למשל, 2 אינו גדול מ-4.

תרגיל 2

לכל אחד מהנב"כים הבאים מצאו פשר שבו הוא מקבל את ערך האמת **אמת** ופשר שבו הוא מקבל את ערך האמת **שקר**:

$$.1 \quad \forall x \forall y (Pxy \rightarrow Pyx)$$

אמת

תחום הדיון: המספרים הטבעיים $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$$I(P) = \{\langle x, y \rangle \mid x = y\}$$

ואכן הפסוק אמיתי שכן לכל x ולכל y אם $x = y$ אזי $y = x$.

שקר

תחום הדיון: המספרים הטבעיים $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$$I(P) = \{\langle x, y \rangle \mid x > y\}$$

הפסוק יהיה שקרי אם נבחר למשל $x = 3, y = 2$.

$$.2 \quad \forall x \exists y (Pxy \wedge \neg Pyx)$$

אמת

תחום הדיון: המספרים הטבעיים $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$$I(P) = \{\langle x, y \rangle \mid x < y\}$$

הפסוק אמיתי שכן לכל x קיים y כך שגם $x < y$ וגם זה לא נכון ש-

$y > x$. נגיד אם $x = 7$ אז אפשר לבחור $y = 8$.

שקר

תחום הדיון: המספרים הטבעיים $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$$I(P) = \{\langle x, y \rangle \mid x = y\}$$

למשל עבור $x = 5$ אין y כך ש- $x = y$ וגם $y \neq x$.