

9 סוגי תצורות - 3 אבולוציה ממשית (מלבן)

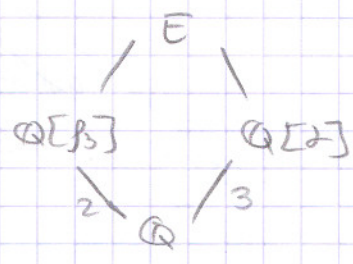
Q לכן x^3-2 יש \bar{E} :יש

E/Q יש פירוק x^3-2 יש מסדר

$\alpha = \sqrt[3]{2}, \beta_3\alpha, \beta_3^2\alpha$

כן x^3-2 יש מסדר :יש

$E = Q[\alpha, \beta_3\alpha, \beta_3^2\alpha] = Q[\alpha, \beta_3]$



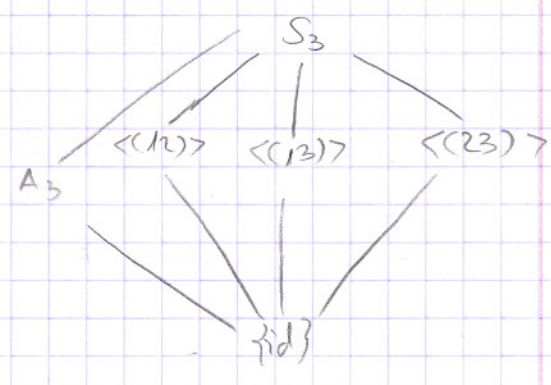
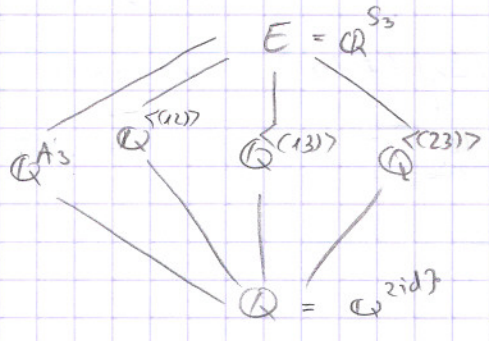
$[E:Q] = 6$

$\Leftarrow \gcd(3,2) = 1$

$Gal(E/Q) = S_3$

or $Gal(E/Q) \leq S_3$ פירוק

פירוק של מלבן יש



id

: מסדר מלבן

$\sigma_1 : \alpha \mapsto \alpha, \beta_3\alpha \mapsto \beta_3^2\alpha, \beta_3^2\alpha \mapsto \beta_3\alpha$

$\sigma_2 : \beta_3\alpha \mapsto \beta_3\alpha, \alpha \mapsto \beta_3^2\alpha, \beta_3^2\alpha \mapsto \alpha$

$\sigma_3 : \beta_3^2\alpha \mapsto \beta_3^2\alpha, \beta_3\alpha \mapsto \alpha, \alpha \mapsto \beta_3\alpha$

$\sigma_4 : \alpha \mapsto \beta_3\alpha, \beta_3\alpha \mapsto \beta_3^2\alpha, \beta_3^2\alpha \mapsto \alpha$

$\sigma_5 : \alpha \mapsto \beta_3^2\alpha, \beta_3^2\alpha \mapsto \beta_3\alpha, \beta_3\alpha \mapsto \alpha$

ייתכן σ_6 יש מלבן יש מסדר מלבן יש

יש מלבן יש מסדר מלבן יש

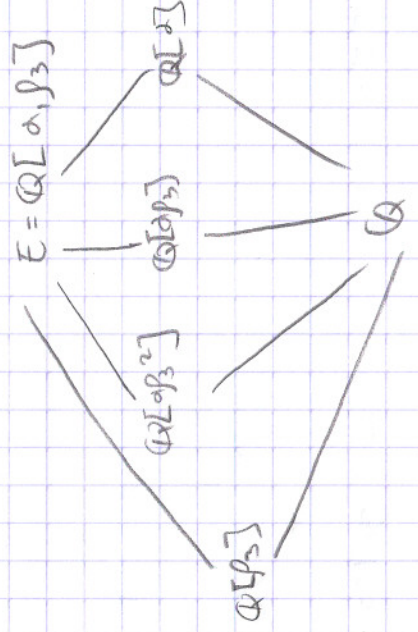
: extension nie nur α ist

$$1 \longleftrightarrow \alpha$$

$$2 \longleftrightarrow \alpha\beta_3$$

$$3 \longleftrightarrow \alpha\beta_3^2$$

: figure nicht für Normal



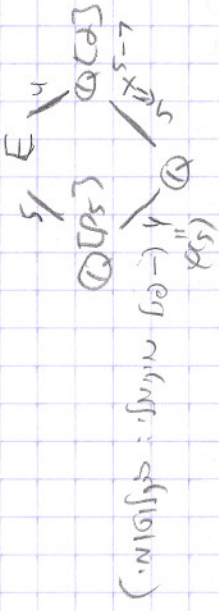
$X^5 - 7$ is irreducible

$G = \text{Gal}(E/Q)$ is isomorphic to

$$\{ \alpha^i \beta^j \mid i=0,1,2,3,4; j=0,1 \}$$

non-cyclic

$G \cong S_5$, $E = Q[\alpha, \beta_5]$



$$[E:Q] = 20 \iff \gcd(4,5) = 1$$

S_5 is the Galois group

we need to find the normal subgroup

S_5 has a normal subgroup A_5

$$\sigma: \beta_5 \rightarrow \beta_5, \alpha \rightarrow \beta_5 \alpha$$

$$\sigma^5(\alpha) = \sigma^5(\beta_5 \alpha) = \sigma^3(\beta_5^2 \alpha) = \sigma^3(\beta_5^3 \alpha) = \sigma(\beta_5^4 \alpha)$$

$\tau: \beta_5 \mapsto \beta_5^2, \alpha \mapsto \alpha$: דוג, τ ו-1

הוא אינו מונומיאל ו-4

$\tau^4(\beta_5) = \tau^3(\beta_5^2) = \tau^2(\beta_5^4) = \tau(\beta_5^8) = \beta_5$

(τ ו-1) הוא אינו מונומיאל ו-4

אם τ אינו מונומיאל ו-4, אז $\mathbb{Q}[\beta_5]$ אינו מונומיאל ו-4

... דוג, $G = \langle \sigma, \tau \mid \sigma^5 = \tau^4 = 1 \rangle$

הוא אינו מונומיאל ו-4

$\tau \sigma \tau^{-1}(\alpha) = \tau(\alpha) = \tau(\beta_5 \alpha) = \alpha \beta_5^2 = \sigma^2(\alpha)$

$G = \langle \sigma, \tau \mid \sigma^5 = \tau^4 = 1, \tau \sigma \tau^{-1} = \sigma^2 \rangle$