

קורס: 88-231-05

מרצה: ש. הורוביץ

כ"ט סיון תשע"ו

מבחן בפונקציות מרוכבות מועד 'א'

ענו על כל השאלות הבאות. ניקוד כל שאלה 18 נקודות. חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט ודף הנוסחאות המצורף. יש חובה לנמק כל תשובה! משך הבחינה שלוש שעות. בהצלחה!

1 מצאו את כל המספרים המרוכבים כך ש- $z^2 \bar{z}^3 = 32$.

2. נניח ש- $f(z)$ מוגדרת ואנליטית בחוץ של עיגול היחידה : ז.א. עבור $|z| > 1$, ונניח שקיים גבול סופי $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = L \in \mathbb{C}$. הוכיחו ש- $\lim_{z \rightarrow \infty} f'(z) = 0$.

3. א. הוכיחו שלכל $0 \neq n \in \mathbb{Z}$ $\int_0^{2\pi} e^{in\theta} d\theta = 0$.

ב. עבור $n \in \mathbb{N}$ השתמשו במרוכבות לחשב $\int_0^{2\pi} \cos^{2n}(x) dx$.

4. חשבו את האינטגרל $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 3x}{(x^2 - 4x + 8)^2} dx$. אין צורך לפרט את דרך הפתרון.

5. מצאו העתקה קונפורמית וחד-חד ערכית f של כל המישור פרט לקרן השמאלית של ציר ה- x על עיגול היחידה, כך ש- $f(4) = 0$.

6. כמה אפסים כולל ריבוי יש לפולינום $p(z) = z^{16} + z^{13} + 4$ בחצי המישור הימני $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0\}$?