

לינארית 2 תרגיל 3

1. קבעו איזה מההעתקות הבאות היא העתקה לינארית: (נמקו).
במידה וזאת העתקה לינארית, קבעו: האם היא חח"ע? האם היא על?
א. $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ הנתונה ע"י: $T(x, y) = (x - y, 2x + 3y, 0)$.
ב. $T : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}$ הנתונה ע"י $T(A) = \det A$.
ג. $T : \mathbb{R}^{3 \times 3} \rightarrow \mathbb{R}^{3 \times 3}$ נגדיר $P \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ הפיכה. גתהי $T(A) = P^{-1}AP$, ע"י:

2. תזכורת: בהינתן פולינום p , p' מסמל את הנגזרת של הפולינום. למשל:

$$(x^2 + 2x)' = 2x + 2$$

- לכל סקלר α , $p(\alpha)$ מסמל הצבה של הסקלר בפולינום. למשל:

$$(x^3 + x + 5)(1) = 1^3 + 1 + 5 = 7$$

חשבו את $T \circ S$ עבור:

$$S(p) = (p(1), 2p'(2)), S : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^2$$
$$T(x, y) = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 3x & 5y \end{pmatrix}, T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

(כלומר, תנו נוסחא מפורשת להעתקה המתקבלת.)

3. האם קיימת הע"ל $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ המקיימת

$$T(1, 0, 1) = (2, 4)$$

$$T(0, 0, 1) = (1, 0)$$

$$T(3, 0, 2) = (5, 12)$$

אם כן, מצאו כזו. האם היא יחידה?

4. הוכיחו:

אם $T : V \rightarrow U$ הע"ל חח"ע, ו $\{v_1, \dots, v_n\} \subseteq V$ בת"ל, אזי $\{T(v_1), \dots, T(v_n)\} \subseteq U$ בת"ל.