

תרגיל 6 – לינארית 2 למדמ"ח

1. מהחוברת של ד"ר בועז צבאן, עמוד 77 והלאה: 9.4; 9.7;
2. מהחוברת של ד"ר בועז צבאן, עמוד 81 והלאה: 1.9;
3. תהי מטריצה ריבועית $A \in F^{n \times n}$. נסמן את הפולינום האופייני שלה ב

$$f_A(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$$
הוכח ש $a_0 = |A|$.
4. תרגיל מודרך: תהי מטריצה $A \in F^{n \times n}$ כך שסכום הריבויים הגיאומטריים של הע"ע שלה שווה ל n (תזכורת: הריבוי הגיאומטרי של ע"ע λ הינו המימד של המרחב העצמי $\{v \mid Av = \lambda v\}$). הוכח שקיימת מטריצה הפיכה P כך שהמכפלה

$$D = P^{-1}AP$$
הינה מטריצה אלכסונית.
 - a. הוכח שניתן לבנות בסיס ל F^n המורכב מו"ע עצמיים של A (תזכורת: ידוע כי ו"ע של ע"ע שונים הינם בת"ל)
 - b. נגדיר את P להיות מטריצה שעמודותיה הם הבסיס מהסעיף הקודם. הוכח שקיימת מטריצה אלכסונית D כך ש $AP = PD$ (רמז: מה קורה כאשר כופלים מטריצה בו"ע?)
 - c. פתור את התרגיל