# אלגברה ליניארית 2 – תרגיל מס' 7

1. תהי A מטריצה שהפולינום האופייני שלה הוא $P(t)=(t-5)^5$, והפולינום המינימלי שלה הוא $M(t)=(t-5)^4$. מצא מטריצת ג'ורדן הדומה ל-A.

   (<u>רמז</u>: מצא מטריצה מהצורה $\begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}$ כאשר $A_1$ ו- $A_2$ בלוקי ג'ורדן השייכים למספר 5).

2. הוכח כי אם A היא מטריצה מסדר $n$ בעלת פולינום אופייני $\left(t-\lambda\right)^n$, ובעלת פולינום מינימלי $\left(t-\lambda\right)^s$, אז הבלוק הגדול ביותר במטריצת ג'ורדן הדומה ל-A הוא מסדר $s$, ומספר הבלוקים שווה ל- $n-\rho(A-\lambda I)$, כאשר $\rho(A-\lambda I)$ היא הדרגה של המטריצה $A-\lambda I$. ובמילים אחרות- מספר הבלוקים שווה לריבוי הגיאומטרי של הערך העצמי $\lambda$.

3. תהי $T:\mathbb{R}^6\to\mathbb{R}^6$ טרנספורמציה לינארית שהפולינום האופייני שלה הוא $P(t)=(t+1)^2(t-2)^4$, והפולינום המינימלי שלה הוא $M(t)=(t+1)^2(t-2)^3$.

   מצא יצוג ל-T ע"י מטריצה מהצורה $\begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}$ כאשר $A_1$ היא מטריצת בלוקים אלכסונית שבלוקי האלכסון שלה הם בלוקי ג'ורדן השייכים ל- $\lambda=-1$, ו- $A_2$ היא מטריצת בלוקים אלכסונית שבלוקי האלכסון שלה הם בלוקי ג'ורדן השייכים ל- $\lambda=2$.

4. תהיינה A ו- B שתי מטריצות מעל שדה F, שהפולינום האופייני שלהן מתפרק לגורמים לינאריים מעל F. הוכח ש- A דומה ל- B אם ורק אם יש להן אותה צורת ג'ורדן (עד כדי סדר הבלוקים).

5. תהי A מטריצה מעל שדה המספרים המרוכבים, שדרגתה שווה ל-1. הוכח ש-A לכסינה או ש-A נילפוטנטית.

**<u>בהצלחה!</u>**