

27.09.16

88-112 אלגברה לינארית 1 – קורס קיץ תשע"ו – מועד ב'

מרצים: דר' מצרי אליהו, דר' ארז שיינר

אורך המבחן: 3 שעות.

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

הוראות:

- יש לענות על כל 6 השאלות. סה"כ הניקוד המקסימלי 110 נק' (כל ציון מעל 100 יעוגל ל100).
- יש לענות על דפי הבחינה בלבד. ניתן להשתמש במחברת כטיוטה, אך המחברת לא תיבדק כלל.

שאלה	ניקוד
1	
2	
3	
4	
5	
6	
סה"כ	

## חלק א'

1. (20 נק') הוכיחו את המשפט הבא:

יהיו  $V, W$  מ"ו נוצרים סופית, ותהי  $T: V \rightarrow W$  העתקה לינארית.

הוכיחו כי  $\dim \ker(T) + \dim \operatorname{Im}(T) = \dim(V)$ .

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

2. (20 נק') תהיינה מטריצות  $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{m \times n}$  כך שבמטריצה  $A$  יש שורת אפסים.

א. הוכיחו/הפריכו: המטריצה  $AB$  אינה הפיכה.

ב. הוכיחו/הפריכו: המטריצה  $BA$  אינה הפיכה.

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

3. (10 נק') יהי  $V$  מ"ו נוצר סופית, ותהי העתקה לינארית (אופרטור)  $T: V \rightarrow V$ .

עוד נתון כי קיימת מטריצה  $A$  כך שלכל שני בסיסים  $B, C$  של  $V$  מתקיים

$$[T]_C^B = A$$

הוכיחו כי  $A$  הינה מטריצת האפס (כלומר כל איבריה הם אפסים).

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

4. (20 נק') נתונים תתי מרחב וקטוריים של  $\mathbb{R}^4$ :

$$W = \left\{ (a, b, c, d) \mid \begin{array}{l} a - b + d = 0 \\ a + b - 2c = 0 \end{array} \right\} \quad U = \text{sp}\{(1, 1, 1, 0), (1, 0, -1, 1), (-1, 1, 3, -2)\}$$

- א. מצאו בסיס ומימד עבור  $U$ .
- ב. מצאו בסיס ומימד עבור  $W$ .
- ג. מצאו בסיס ומימד עבור  $U \cap W$ .
- ד. מצאו בסיס ומימד עבור  $U + W$ .



דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

5. תהי מטריצה

$$.A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

א. (12 נק') מצאו בסיס לתת המרחב  $W = \{v \in \mathbb{R}^4 \mid Av = v\}$ .

ב. (8 נק') מצאו מטריצה  $B \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  כך ש  $(A-I)B = 0$  וגם  $\text{rank}(B) = 2$ .

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

.6

א. (10 נק') תהיינה  $A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  כך ש  $C(A) \oplus R(B) = \mathbb{R}^3$ . הוכיחו כי  $A \neq B$ .

ב. (10 נק') נניח כי  $A^2 = 0$ , הוכיחו כי  $A - 2I$  הפיכה.

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_