

חשבון אינפי 1
תרגיל 6

1. הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה:
 אם $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=n+1}^{n+p} a_k \right) = 0$ לכל $p = 1, 2, \dots, m, \dots$, אזי הטור $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס, .
2. יהיו הטורים $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ו- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ חיוביים ומתבדרים. מה ניתן להגיד על התכנסות הטורים $\sum_{n=1}^{\infty} \max \{a_n, b_n\}$ ו- $\sum_{n=1}^{\infty} \min \{a_n, b_n\}$.
3. הוכיחו כי אם הטור $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ($a_n \geq 0$) מתכנס אז גם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ מתכנס. האם גם הטענה ההפוכה נכונה ?
4. השתמשו בקריטריון קושי על מנת להוכיח שהטורים הבאים מתכנסים :
 א. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{10^n}, (|a_n| < 10)$
 ב. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
5. השתמשו במבחני התכנסות על נמת לבדוק האם הטורים הבאים מתכנסים או מתבדרים :

א. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|1000^n|}{n!}$

ב. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

ג. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

ד. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$

ה. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$

ו. $\frac{4}{2} + \frac{4 \cdot 7}{2 \cdot 6} + \frac{4 \cdot 7 \cdot 10}{2 \cdot 6 \cdot 10} + \dots$

ז. $\sum_{n=1}^{\infty} \prod_{k=1}^n (\sqrt{2} - {}^{2k+1}\sqrt{2})$

בהצלחה !!!