יודעים אנו כי קיים לפחות דבר אחד שהוא גם ציפור וגם מוחזק בשבי. אילו היינו רשאים לקבוע לו את השם a, יכולנו, כמובן, לטעון Ca • Sa — אך איננו רשאים לעשות שום קביעה כזאת של a, שכן הוא כבר נוצל לפני־כן בשורה 3 כדי לשמש שם לאליגטור המוחזק בשבי. כדי להימנע מטעויות כאלה, חייבים אנו לציין להגבלה שצויינה — כל אימת שאנו משתמשים בהמחשה ישית. הדיון הקודם חייב להבהיר כי בכל הוכחה המצ־ריכה את השימוש בהמחשה ישית ובהכללה ישית כאחד, חובה להשתמש בהמחשה ישית ראשונה.

לאופני הארגומנטציה המסובכים יותר, במיוחד אלה המכילים יחסים, חובה להטיל הגבלות נוספות מסויימות על ארבעת חוקי הכימות שלנו. אולם לארגומנטים מן הסוג הנוכחי, מספיקות ההגבלות הנוכחיות כדי למנוע היסקים מוטעים.

תרגילים

בנה הוכחה צורנית לתקפותו של כל אחד מן הארגומנטים הללו, והש־תמש בכל מקרה בסימון המוצע:

* 1. שום ספורטאי איננו תולעת־ספרים. גד הוא תולעת־ספרים. לכן גד איננו ספורטאי. (Sx, Tx, g).

2. כל הרקדנים הם נשיים. סייפים אחדים אינם נשיים. לכן סייפים אחדים אינם רקדנים. (Rx, Nx, Sx).

3. שום קוביוסטוס איננו מאושר. אידיאליסטים אחדים הם מאושרים. לכן אידיאליסטים אחדים אינם קוביוסטוסים. (Kx, Mx, Ix).

4. כל הליצנים הם רמאים. שום רמאי איננו מצליח. לכן שום ליצן איננו מצליח. (Lx, Rx, Mx).

* 5. כל מטפסי־ההרים הם ידידותיים. פושעים אחדים הם מטפסי־הרים. לכן פושעים אחדים הם ידידותיים. (Mx, Yx, Px).

6. רק פציפיסטים הם קווייקרים. קיימים קווייקרים דתיים. לכן פציפיס־טים הם לפעמים דתיים. (Px, Qx, Dx).

7. להיות נוכל פירושו להיות גנב. אך ורק המקופחים הם גנבים. לכן נוכלים הם תמיד מקופחים. (Nx, Gx, Mx).

8. שום כנר איננו לא־עשיר. אין שום פסנתרן עשיר. לכן כנר לעולם איננו פסנתרן. (Kx, Ax, Px).

9. רק האמיצים ראויים לתהילה. רק חיילים הם אמיצים. לכן רק החיי־לים ראויים לתהילה. (Tx: x ראוי לתהילה; Ax: x אמיץ; Hx: x חייל).

10. כל המבקש נענה. שמעון איננו נענה. לכן שמעון איננו מבקש. (Mx, Nx, s).

V. הוכחת אי־תקפות

כדי להוכיח אי־תקפותו של ארגומנט המכיל כמתים, באפשרותנו להשתמש בדרך ההפרכה בעזרת אנלוגיה לוגית. למשל, הארגומנט "כל הקומוניסטים הם מתנגדי המימסד; ציירים אחדים הם מתנגדי המימסד; לכן ציירים אחדים הם קומוניסטים" מוכח כלא־תקף בעזרת האנלוגיה "כל התתולים הם חיות; כלבים אחדים הם חיות; לכן כלבים אחדים הם חתולים": אשר אי־תקפותה גלויה לעין משום שידוע כי הקדמותיה אמיתיות וידוע כי מסקנתה שקרית. אולם לא תמיד קל להמציא אנלוגיות כאלה. רצויה איזו דרך יעילה יותר להוכחת אי־תקפות.

בפרק הקודם פיתחנו דרך להוכיח אי־תקפותם של ארגומנטים המכילים טענות מורכבות. דרך זו היתה עשויה מקביעת ערכי־אמת לטענות הפשוטות שהיו רכיביהם של הטענות המורכבות שבארגומנטים — באופן כזה שהקד־מותיהם יהיו אמיתיות ומסקנותיהם שקריות. אפשר להתאים דרך זו לארגו־מנטים המכילים כמתים. ההתאמה כרוכה בהנחתנו הכללית, שקיים לפחות יחיד אחד בעולם. כדי שארגומנט המכיל כמתים יהיה תקף, מן ההכרח שלא יהא אפשר שהקדמותיו אמיתיות ומסקנתו שקרית כל עוד קיים לפחות יחיד אחד.

ההנחה הכללית כי קיים לפחות יחיד אחד באה על סיפוקה אם קיים בדיוק יחיד אחד, או בדיוק שני יחידים, או בדיוק שלושה יחידים, וכך הלאה. אם מניחים איזו הנחה מאלה בדבר מספרם המדוייק של היחידים הקיימים, ישנה שקילות בין טענות כלליות וטענות מורכבות באמצעות קשרי־אמת. אם קיים בעולם יחיד אחד בדיוק, נאמר a, הרי:

$$(x)\phi x \equiv \phi a \equiv (\exists x)\phi x$$

אם קיימים בעולם בדיוק שני יחידים, נאמר a ו־b, הרי:

$(x)\phi x \equiv [\phi a \cdot \phi b]$ ו־ $(\exists x)\phi x \equiv [\phi a \vee \phi b]$