

83-116 מתמטיקה בדידה 1, מרצה: דר' ריטה סולומיאק  
מבחן מועד ב', תשע"ח

- ענו על כל השאלות
- הקפידו על סדר ונקיון
- משך המבחן שלוש שעות וחצי
- ללא חומר עזר, גם לא מחשבון
- השאלות לא מסודרות לפי רמת קושי - מומלץ להתחיל עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות
- מבנה המבחן וניקוד: במבחן 6 שאלות 20 נקודות לכל שאלה = 120 נקודות בסה"כ

חלקו את זמנכם בתבונה! בהצלחה!

א1. (10 נקודות) האם הפסוק הבא הוא טאוטולוגיה? נמקו היטב.

$$(\neg q \rightarrow (q \rightarrow \neg p)) \leftrightarrow (q \rightarrow F)$$

ב. (10 נקודות) מצאו קבוצה  $A$  כך ש-  $|A \cap P(A)| \geq 2$  כאשר  $P(A)$  מסמנת את קבוצת החזקה של קבוצה  $A$ .

א2. (10 נקודות) יהיו  $A, B$  תתי-קבוצות של קבוצה אוניברסלית  $U$ .

הוכיחו:

$$A \Delta B = A^c \Delta B^c$$

ב. הוכיחו או הפריכו: אם  $A \setminus B \subseteq A \setminus C$  אז  $C \subseteq B$

3. (20 נקודות) הוכיחו: אם  $p > -1$  אז לכל  $n$  טבעי

$$(1 + p)^n \geq 1 + np$$

4. נתבונן בקבוצות

$$A = \{k \in \mathbf{N} \mid 1 \leq k \leq 15\} = \{1, 2, \dots, 15\}, \quad B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$

נגדיר יחס  $R$  מ- $A$  ל- $B$  על-ידי  $(a, b) \in R$  אם ורק אם  $a$  מתחלק ב- $b$  ללא שארית.

א. (10 נקודות) מצאו את כל האיברים  $c \in A$  המקיימים  $(15, c) \in RR^{-1}$ .

ב. (10 נקודות) הוכיחו כי  $RR^{-1}$  הוא יחס סימטרי.

5. תהי  $S$  קבוצת כל הסדרות באורך 4 של אפסים ואחדות. נגדיר יחס  $R$  מעל  $S$  על-ידי:

$aRb$  אם ורק אם כמות האחדות בסידרה  $a$  שווה לזו בסידרה  $b$ . (למשל  $(0011)R(1010)$ ).

א. (4 נקודות) הוכיחו כי  $R$  הוא יחס שקילות.

ב. (6 נקודות) רישמו את כל האיברים של מחלקת השקילות של  $(1110)$ . נמקו.

ג. (6 נקודות) כמה איברים יש בקבוצת המנה  $S/R$ ? נמקו.

ד. (4 נקודות) איזה מהטענות נכונות? נמקו.

$$\{(1111)\} \in S/R \quad (\text{i})$$

$$\{(1111)\} \subseteq S/R \quad (\text{ii})$$

6. (20 נקודות) תהיינה  $A, B, C$  קבוצות כלשהן. הוכיחו כי אם

$$|A| \leq |B| < |C|$$

אז גם  $|A| < |C|$ .