

נוכיח שלצורת ג'ורדן של המטריצה A יש שורש. בגלל שהיא הפיכה אז אין לה ערך עצמי 0 ואיברי האלכסון יהיו שונים מ 0. מספיק להראות שלכל בלוק יש שורש כי נניח $J_A A = \sum J_m(\lambda)$ (סיגמא ישרה) רץ על כל m, λ כך ש $J_m(\lambda)$ בצורת ג'ורדן של A אז $\sqrt{J_A A} = \sum \sqrt{J_m(\lambda)}$ (סיגמא ישרה כלומר הסכומים הישרים) כי כל בלוק מוכפל בנפרד נראה שלבלוק גורדן לא של 0 יש שורש נבדוק את המשפט עבור מטריצה 2×2 $\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$ השורש שלה הוא $\begin{pmatrix} \sqrt{\lambda} & \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} \\ 0 & \sqrt{\lambda} \end{pmatrix}$

נניח באינדוקציה שלבלוק ג'ורדן מסדר n ונניח שלכל i רכיבי האלכסון i כלומר הרכיבים מהצורה $a_{j(j+i)}$ שווים ועוד נניח שהיא משולשית עליונה כל ההנחות מתקיימות עבור $n = 2, 1$ נבדוק עבור $n + 1$ יהי $B = \sqrt{J_n(\lambda)}$ נקח מטריצה A כך שהמינורים $M_{11} = M_{nn} = B$ יש כזאת מטריצה בגלל ההנחה שב- B כל רכיבי האלכסון שווים נשים בתור

$$a_{1,n+1} = \frac{-1}{2\sqrt{\lambda} \sum_{k=2}^n b_{1k} b_{kn}}, a_{n1} = 0$$

נוכיח $A^2 = J_{n+1}(\lambda)$ אם נקח עבור $i, j > 1$

$$R_i(A) c_j(A) = \sum_{k=1}^{n+1} a_{ik} a_{kj} = a_{i1} a_{1j} + \sum_{k=1}^n b_{i-1,k} b_{k,i-1} + a_{i,n+1} a_{n+1,j} = \sum_{k=1}^n b_{i-1,k} b_{k,j-1} = \begin{cases} 1 & i-1+1=j \\ \lambda & i-1=j-1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

בגלל שהנחנו ש b משולשית עליונה. קיבלנו את התנאים עבור רכיבי בלוק ג'ורדן. ההוכחה עבור $i, j > n$ זהה. נוכיח שהאיבר $a_{1,n+1}^2$ הוא 0

$$a_{1,n+1}^2 = \sum_{k=1}^{n+1} a_{1k} a_{k1} = \frac{-\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda} \sum_{k=2}^n b_{1k} b_{kn}} + \sum_{k=2}^n a_{1k} a_{k1} + \frac{-\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda} \sum_{k=2}^n b_{1k} b_{kn}} = \frac{-\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda} \sum_{k=2}^n b_{1k} b_{kn}} + \sum_{k=2}^n b_{1k} b_{kn} + \frac{-\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda} \sum_{k=2}^n b_{1k} b_{kn}} = 0$$

ולכן לכל צורת ג'ורדן יש שורש נניח $B^2 = J_A = P^{-1} A P$ ולכן לכל מטריצה הפיכה יש שורש $A = (P B P^{-1})^2$