

לינארית 2 - מטלה 4 - שילוש ועתקות לינאריות

מועד הגשה: שבוע אחרי שמתחילים לתרגל העתקות לינאריות.

הנחיות:

בראש הדף הראשון ציינו את הפרטים הבאים:

1. מספר תרגיל

2. שם מלא

3. ת.ז.

4. מספר קבוצת תרגול שאליה אתם מגיעים.

תרגיל 1. שלש את המטריצות הבאות, כלומר מצא P הפיכה ו- Q משולשית כך ש- $Q = P^{-1}AP$

1.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 \\ -3 & -1 & -1 \\ -5 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

תרגיל 2. הוכח או הפרך: האם העתקות הבאות הן העתקות לינאריות?

1. $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ המוגדרת על ידי

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5x \\ -3y \end{pmatrix}$$

2. $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ המוגדרת על ידי

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ המוגדרת על ידי

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 \\ y \end{pmatrix}$$

4. $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ המוגדרת על ידי

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ 2x \\ z \end{pmatrix}$$

5. $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ המוגדרת על ידי

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ x+2y \\ 0 \end{pmatrix}$$

6. תהי $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ מטריצה כלשהי. תהי $T : \mathbb{R}^{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ נגדיר

$$T(A) = AB - BA$$

תרגיל 3. האם קיימת העתקה לינארית $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}_5[x]$ המקיימת

$$\begin{cases} T \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = x + 1 \\ T \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = x \\ T \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \end{cases}$$

תרגיל 4. תהיה $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ העתקה לינארית. הסבירו במילים מהי הפעולה הגאומטרית שהעתקה הלינארית עושה על הווקטורים. רמז: נסו להבין מה קורה לווקטורים $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ווקטורים נוספים

$$1. \text{ עבור } a > 0 \quad T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax \\ ay \end{pmatrix}$$

$$2. \quad T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

$$3. \quad T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

$$4. \quad T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y \\ \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y \end{pmatrix}$$

$$5. \quad T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta)x - \sin(\theta)y \\ \sin(\theta)x + \cos(\theta)y \end{pmatrix}$$

תרגיל 5. מצאו מטריצה A שמקיימת $T(v) = Av$ לכל v עבור העתקות הליניאריות הבאות:

$$1. \quad T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y + z \\ 2x + 5z \end{pmatrix}$$

$$2. \quad T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y + z \\ 2z \\ x + 2y + z \end{pmatrix}$$

תרגיל 6. האם מצאת כלל מסויים על A מהתרגיל הקודם?

בהצלחה!!