

בדידה להנדסה תרגיל 9:

פונקציה f מקבוצה A לקבוצה B היא יחס (תת קבוצה של $A \times B$) המקיים:

1. לכל $x \in X$ קיים $y \in Y$ כך שמתקיים $(x, y) \in f$. תכונה זו נקראת שלמות (אומרים שהיחס שלם).

2. לכל $x \in X$ כך שמתקיים $(x, y_1) \in f$ וגם $(x, y_2) \in f$ אז $y_1 = y_2$. תכונה זו נקראת חד־ערכיות.

במצב כזה, הסימון $f(a) = b$ פירושו $(a, b) \in f$. הקבוצה $Im(f) = \{f(a) | a \in A\} \subseteq B$ נקראת התמונה של f . הקבוצה A נקראת תחום, והקבוצה B נקראת טווח.

1. האם היחסים הבאים הם פונקציות?

(א) $(x, y) \in f$ אם ורק אם $5 | (x - y)$ מעל \mathbb{Z} .

(ב) $(x, y) \in f$ אם ורק אם $x = -y$ מעל \mathbb{Q} .

(ג) $(x, y) \in f$ אם ורק אם $x < y$ מעל \mathbb{N} .

(ד) $((x_1, y_1), (x_2, y_2)) \in f$ אם ורק אם $x_1 y_2 = x_2 y_1$ מעל $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

2. קבעו האם f היא פונקציה מעל \mathbb{R} :

(א) $f(x) = x^2$

(ב) $f(x) = \sqrt{x}$

(ג) $f(x) = \ln(x^4)$

3. רשמו מהן התמונות של הפונקציות הבאות:

(א) $f : A \rightarrow \mathbb{N}$ כאשר $f(x) = x^4$ והקבוצה היא $A = \{-2, 2, 3, \sqrt{5}, 9\}$.

(ב) $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ כאשר $f(x) = \tan x$ והקבוצה היא $B = (-\frac{\pi}{2}, 0)$.

(ג) $f : C \rightarrow \mathbb{R}$ כאשר $f(x) = \ln(\sin^2 x + 1)$ והקבוצה היא $C = \mathbb{R}$.