

08.02.18

88-112 אלגברה לינארית 1 – מועד א'

מרצה: ארז שיינר

מתרגלת: עדי בן-צבי

אורך המבחן: 3 שעות.

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

הוראות:

- יש לענות על כל 5 השאלות. סה"כ הניקוד המקסימלי 110 נק' (כל ציון מעל 100 יעוגל ל100).
- יש לענות על דפי הבחינה בלבד. ניתן להשתמש במחברת כטיוטה, אך המחברת לא תיבדק כלל.

ניקוד	שאלה
	1
	2
	3
	4
	5
	סה"כ

חלק א'

1. (30 נק') יהי V מרחב וקטורי נוצר סופית, תהיינה $T, S: V \rightarrow V$ העתקות לינאריות

(אופרטורים), נסמן את העתקת הזהות ב $I: V \rightarrow V$.

א. הוכיחו/הפריכו: אם $T^2 = T + I$ אזי T הפיכה.

ב. הוכיחו/הפריכו: אם $T \circ S = I$ אזי T הפיכה.

ג. הוכיחו/הפריכו: אם $\ker(T) = \ker(S)$ אזי $\ker(T + S) \subseteq \ker(T)$.

ד. הוכיחו/הפריכו: אם $\text{Im}(T) = \text{Im}(S)$ אזי $\text{Im}(T + S) \subseteq \text{Im}(T)$.

דף נוסף לשאלה מספר _____

2. (10 נק') תהיינה $A, B \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ותהי $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ הפיכה כך ש $B = AP$.
הוכיחו/הפריכו: $C(A) = C(B)$.

דף נוסף לשאלה מספר _____

חלק ב'

$$\begin{array}{ll} v_1 = a + 2x - 2x^2 & w_1 = (a, 2, 0) \\ v_2 = x - x^2 & w_2 = (a, 1+a, 0) \\ v_3 = 1 + x & w_3 = (1, -1, a) \end{array} \quad .3 \text{ (30 נק') יהיו}$$

- א. לאילו ערכי a קיימת העתקה לינארית $T: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^3$ המקיימת $\forall i: Tv_i = w_i$?
- ב. לכל ערך של a מסעיף א', מצאו את $\dim(\ker(T)), \dim(\text{Im}(T))$.
- ג. עבור $a = 1$ מצאו בסיס ל $\ker(T)$, עבור ההעתקה מסעיף א'.
- ד. לאילו ערכי a ההעתקה מסעיף א' הפיכה?
- ה. לאילו ערכי a קיימת יותר מהעתקה לינארית יחידה המקיימת את תנאי סעיף א'? מצאו שתי העתקות שונות עם אותו ערך של a .

דף נוסף לשאלה מספר _____

דף נוסף לשאלה מספר _____

4. (20 נק') תהי העתקה לינארית $T(x, y, z) = (x, x + y, x + y + z)$,

תהי המטריצה הממשית $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, יהי B בסיס ל \mathbb{R}^3 , ונסמן ב S את הבסיס

הסטנדרטי ל \mathbb{R}^3 .

א. מצאו את $[T]_S^S$.

ב. נתון כי $[T]_B^S = A$, מצאו את $[T]_S^B$.

ג. מצאו את איברי הבסיס B .

דף נוסף לשאלה מספר _____

5. (20 נק') תהיינה שתי תתי קבוצות $U, W \subseteq \mathbb{R}^4$

$$.W = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \mid a^2 - 2ab + b^2 = 0\}, \quad U = \{(a, a+b, a-b, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$$

א. (5 נק') הוכיחו כי U, W תתי מרחב של \mathbb{R}^4 .

ב. (15 נק') מצאו בסיס ומימד ל $U, W, U \cap W$.

דף נוסף לשאלה מספר _____

דף נוסף לשאלה מספר _____