

בוחן בקורס שדות ותורת גלואה 88-311 סמסטר א' תשפ"ב

ג' טבת תשפ"ב, 7.12.2021

מרצה: פרופ' בוריס קוניאבסקי

מתרגל: גיא בלשר

הוראות: יש לענות על כל השאלות פתרון מלא ומנומק. נא לכתוב בעט כחול או שחור. כתבו את תשובותיכם במחברת הבחינה. התחילו את התשובה לכל שאלה בעמוד נפרד, וציינו בתחילת כל עמוד את מספר השאלה המתאימה. משך הבוחן: 90 דקות. סך הנקודות עולה על 100, אך הציון המקסימלי בבוחן הינו 100. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

בהצלחה!

שאלה 1. נתבונן בפולינום $f(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 5$ מעל \mathbb{Q} , ויהי $\alpha \in \mathbb{C}$ שורש שלו.

א. חשבו את $n = [\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}]$. (15 נק')

ב. הביעו את ההופכי של $\alpha^2 - 1$ כצירוף לינארי של $1, \dots, \alpha^{n-1}$ מעל \mathbb{Q} . (25 נק')

שאלה 2. יהי $f(x) = x^4 - 2x^2 - 6$.

א. חשבו את שדה הפיצול E של f מעל \mathbb{Q} ואת המימד $[E : \mathbb{Q}]$. (30 נק')

ב. יהי L שדה הפיצול של f מעל \mathbb{F}_3 . מהו $[L : \mathbb{F}_3]$? נמקו. (10 נק')

שאלה 3. יהי F שדה, ונסמן $p = \text{char } F$.

א. יהי $f \in F[x]$ פולינום אי-פריק כך ש- $(\deg f, p) = 1$. הוכיחו כי f ספרבילי מעל F . (15 נק')

ב. תהי K/F הרחבת שדות ממימד סופי כך ש- $([K : F], p) = 1$. הוכיחו כי ההרחבה K/F היא ספרבילית. (15 נק')