

הרצאה XIX - מכניקה

נתחיל בבעייה חד מימדית בהתנגשות פלסטית - שלאחר ההתנגשות הופכים לגוף אחד. נניח מסה m_2 ניחת ומסה m_1 נעה

לכיוונה במהירות v . מתקיים $p_i = m_1 v, p_f = (m_1 + m_2) v_f$. התנע ההתחלתי והסופי שווים, לכן אם נשווה בין

הביטויים נוכל לקבל ביטוי למהירות לאחר ההתנגשות: $v_f = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}$. חשוב לשים לב שאין שימור אנרגיה, ניתן להיווכח

בכך אם נרשום את האנרגיה הקינטית לפני ואחרי $E_k^i = \frac{1}{2} m_1 v^2, E_k^f = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2 = \frac{1}{2} m_1 v^2 \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)$

כעת נעבור להתנגשות אלסטית לחלוטין, בחד מימד. עבור מרכז המסה: $X_{CM} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2}, V_{CM} = \frac{v_1 m_1 + v_2 m_2}{m_1 + m_2}$

המיקום של x_1 ביחס למי שיושב על מרכז המסה הוא $x_1^{CM} = x_1 - x_{CM}, v_1^{CM} = v_1 - \frac{v_1 m_1 + v_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{(v_1 - v_2) m_2}{m_1 + m_2}$ לכן

התנע ביחס למרכז המסה הוא $P_1^{CM} = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$, ובאופן דומה $v_2^{CM} = \frac{m_1 (v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}$, לכן התנע ביחס למרכז המסה

יהיה $P_2^{CM} = -\frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$. כעת נחשב את האנרגיה הקינטית של המערכת לפני ההתנגשות. חשוב לציין שהאנרגיה

הקינטית שונה בין מערכות אינרציאליות.

כעת נעשה זאת במערכת של מרכז המסה. $E_k^{CM} = \frac{1}{2} m_1 (v_1^{CM})^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_2^{CM})^2 = \dots = \frac{[P_1^{CM}]^2}{2} \underbrace{\left[\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right]}_{\frac{1}{M}} = \frac{(P_1^{CM})^2}{2M}$

(מעכשיו הולאה, סימון של גריש אומר לאחר ההתנגשות). מתקיים $P'_{T,CM} = 0$ ולכן $P_1^{CM'} = -P_2^{CM'}$ האנרגיה הכוללת

$$E_k^{CM'} = \frac{(P_1^{CM'})^2}{2M}$$

נשמרת, לכן $|P_1^{CM}| = |P_1^{CM'}|$ וגם $|P_2^{CM}| = |P_2^{CM'}|$.

כעת נעשה זאת ביחס לצופה ניח: מתקיים $v_1^{CM'} = -v_1^{CM}$ וגם $v_1' = v_1^{CM'} + v_{CM}$ לכן $v_1' = -v_1^{CM} + v_{CM}$ אם נציב

את הפיתוחים הקודמים, נקבל $v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2v_2 m_2}{m_1 + m_2}$. באופן דומה, $v_2' = -v_2^{CM} + v_{CM}$, שוב נציב את הפיתוחים

הקודמים כדי לקבל $v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2v_1 m_1}{m_1 + m_2}$.

נרשום את האנרגיות לפני ואחרי ההתנגשות ונראה שהן זהות.

האנרגיה לפני $E_k = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$, ואילו $E_k' = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2v_2 m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2v_1 m_1}{m_1 + m_2} \right)^2$

נמשיך בהרצאה הבאה.. בהצלחה בבוחרן ! ☺