אינפי 4 – תרגיל 2

1. תהיינה f,g בעלות השתנות חסומה בקטע $[a,b]$.

א. הוכיחו כי המכפלה fg הינה בעלת השתנות חסומה בקטע .

ב. אם בנוסף קיים מספר חיובי $\varepsilon_0 > 0$ כך ש: $f(x) \geq \varepsilon_0$ לכל $x \in [a,b]$
,הוכיחו כי $\frac{1}{f}$ בעלת השתנות חסומה בקטע.

2.<u>הוכיחו או הפריכו :</u> אם f בעלת השתנות חסומה בכל קטע סגור $[c,d]$ המוכל בקטע הפתוח (a,b) , אז f בעלת השתנות חסומה בקטע הסגור $[a,b]$.

3. *א. תנו דוגמא לשתי פונקציות בעלות השתנות חסומה כך שההרכבה של אחת על השניה מוגדרת – אך הפונקציה המורכבת ***<u>איננה</u>*** בעלת השתנות חסומה !

ב. הוכיחו כי אם $[a,b] \overset{g}{\to} [c,d] \overset{f}{\to} \mathbb{R}$ כך שההרכבה $f \circ g$ מורכבת f , בעלת השתנות חסומה על הקטע $[c,d]$ ו- g מונוטונית על הקטע $[a,b]$, ***אז***

ההרכבה $f \circ g$ היא בעלת השתנות חסומה על $[a,b]$. (רמז:אפיון פונקציות בעלות השתנות חסומה כהפרש מונוטוניות...) .

4.<u>חשבו את האינטגרלים הקויים ביחס לאורך המסילה הבאים :</u>

א.$\int (x+2y+3z)ds$ לאורך המסילה הבאה :

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+t \\ t \\ 1 \end{pmatrix}, t \in [0,1]$$

ב.$\int (x^2+\mathrm{y})ds$ לאורך מסילה שהיא השפה של הריבוע :

$\{(x,y): |x|+|y|=1\}$. (רמז: מיצאו הצגה פרמטרית של המסילה שתמונתה היא שפת הריבוע) .

5.הוכיחו כי אם γ מסילה בעלת אורך אז מתקיים : $\int ds = L(\gamma)$, כאשר משמאל זהו אינטגרל של פונקציה מסויימת (איזו ?) ביחס לאורך המסילה γ , ומימין זהו אורך המסילה הנ"ל.