

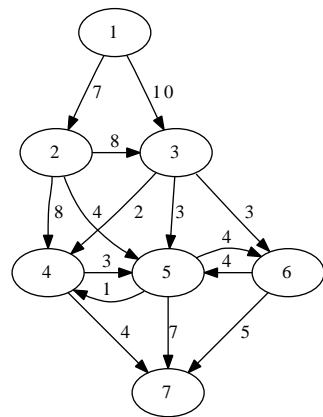
# חקר ביצועים - הרצאה 11

26 בינואר 2012

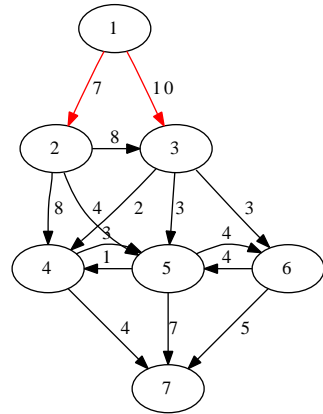
## הגדרה - חתך

קבוצת ענפים מכוונים המכילה לפחות ענף אחד מכל שביל מהמקור ליעד נקראת חתך. ערך החתך הוא סכום הקיבולות בכיוון הזרימה של כל הענפים בחתך.

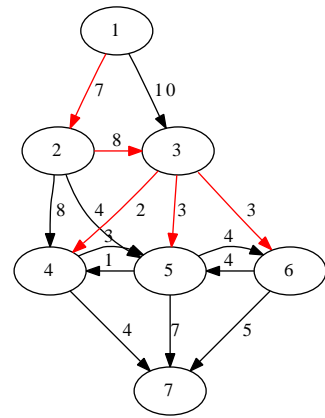
דוגמה



חתך אחד למשל, שערכו 17, הוא:



דוגמה נוספת:



ערך חתך זה הוא 15.

### משפט

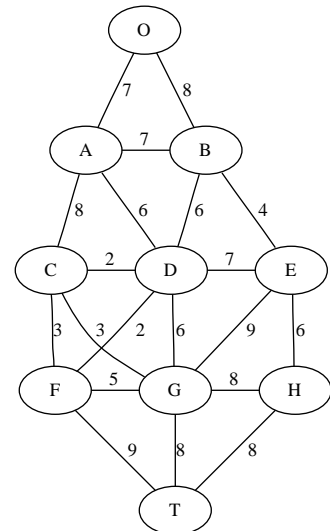
החתך המינימלי = הזרימה המקסימלית:

$$\text{Min Cut} = \text{Max Flow}$$

### הערה

במידה ויש רשת עם הרבה מקורות והרבה יעדים, נרצה להפוך את הבעיה לבעיה עם מקור יחיד ויעד יחיד. נעשה זאת ע"י הוספה של מקור ויעד פיקטיביים. מהמקור הפיקטיבי נעביר קשת עם קיבולת  $\infty$  לכל מקור, ומכל יעד נעביר קשת עם קיבולת  $\infty$  ליעד הפיקטיבי. לאחר מכן, נפתור בעיית max flow מהמקור הפיקטיבי ליעד הפיקטיבי.

### בעיית הנתיב הקצר



ברשת שלפנינו, המספרים מציינים מרחקים. נרצה למצוא את הנתיב הקצר ביותר מצומת מסויימת לצומת אחרת. הערה - המספרים יכולים לציין גם זמנים או עלויות וכו'. בדוגמה זו, מטרתנו היא למצוא את הנתיב הקצר ביותר מ O ל T. נבנה טבלה בה כל צומת היא עמודה:

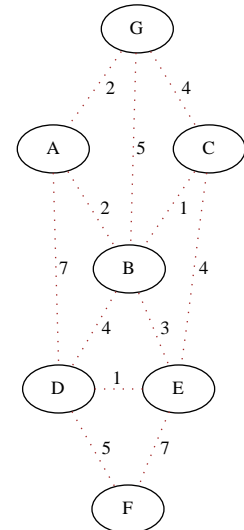
O	A	B	C	D	E	F	G	H	T
$OA = 7$	$AD = 6$	$BE = 4$	$CD = 2$	$DC = 2$	$EB = 4$	$FO = 2$	$GC = 3$	$HE = 6$	לא רלוונטי כי לא מתייחסים למה שיוצא מT
$OB = 8$	$AB = 7$	$BD = 6$	$CF = 3$	$DF = 2$	$EH = 6$	$FC = 3$	$GF = 5$	$HG = 8$	
	$AC = 8$	$BA = 7$	$CG = 3$	$DA = 6$	$ED = 7$	$FG = 5$	$GD = 6$	$HT = 8$	
			$CA = 8$	$DB = 6$	$EG = 9$	$FT = 9$	$GH = 8$		
				$DG = 6$			$GT = 8$		
				$DE = 7$			$GE = 9$		

ההתקדמות תהיה ע"י חיבור לצומת הבא, הקרוב ביותר למקור.

- נתחיל במקור O. Om נתקדם לא וכעת לא נגיע לא בשום צורה אחרת וכל הענפים ל  $A_2$  יימחקו מהטבלה.
- שני המועמדים הבאים להיכנס למסלול הינם OB (הקרוב ביותר למקור, מרחק 8) וAD (הקרוב ביותר לא, ומרחק 13 מהמקור).  
נבחר בOB - כיוון שעלינו לבחור את הצומת הקרוב ביותר למקור. ( $OA + AD > OB$ ).
- כעת המועמדים הינם:  
AD - מרחק 13 מהמקור.  
BE - מרחק 12 מהמקור.  
נבחר בBE.
- כעת המועמדים:  
AD - מרחק 13 מהמקור.  
BD - מרחק 14 מהמקור.  
EH - במרחק 18 מהמקור.  
נבחר את AD.
- כעת:  
AC - מרחק 15.  
DC - מרחק 15.  
EH - מרחק 18.  
DF - מרחק 15.  
כשיש שוויון במרחק, נבחר בכל הענפים עם השוויון.  
לכן, נבחר בAC, DC וDF.
- כעת:  
CG - 18.  
DG - 19.  
EH - 18.  
FG - 20.  
נבחר בCG וEH.
- כעת:  
FT - 24.  
GT - 26.  
HT - 26.  
לכן נבחר בFT, ומצאנו את המסלול המינימלי.  
המסלול הוא:

$$O \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow T$$

## עץ פורש מינימלי



עץ = גרף מחובר ללא מעגלים.  
 נניח  $G - A$  הינם מקומות שונים, נרצה להגיע לכל האתרים במינימום עלות.  
 המספרים מציינים מרחק \ עלות סלילה וכמובן רק מה שמסומן אפשרי.  
 המטרה - סלילת כביש כך שכל הצמתים מחוברים ובעלות מינימלית.  
 נניח שנתחיל בקדקד  $C$ .  
 נחבר ל  $C$  צומת חדש בסלילה מינימלית, כלומר את  $B$ .  
 בכל שלב, נחפש את הצומת הקצרה \ זולה ביותר.  
 האורך המינימלי יהיה 14:

