

תרגיל 7 – חדון"א 1 לביולוגיה חישובית

תרגיל 1

אילו מהפונקציות הבאות רציפות במידה שווה ואילו לא בתחומים הנתונים?

- א. $\arcsin x$ ב $[0,1]$. ב. $\arctan x$ ב $(-\infty, \infty)$. ג. $x \sin \frac{1}{x}$ ב $(0,1]$.
 ד. $x \sin \frac{1}{x}$ ב $[1, \infty)$. ה. $\sin(2x)$ ב $(-\infty, \infty)$. ו. $\ln x$ ב $(0,1]$.
 ז. $\ln x$ ב $[1, \infty)$. ח. e^x ב $(-\infty, 0]$. ט. e^x ב $[0, \infty)$.

תרגיל 2

בדוק (וספר לנו) על התכנסות והתכנסות בהחלט של הטורים הבאים:

- א. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n}$. ב. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin\left(n + \frac{\pi}{3}\right)}{\ln n}$. ג. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos 2n \sin \frac{x}{n}$ ($x > 0$) קבוע. ד. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n!}$.

תרגיל 3

נתון ש $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ מצא $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$.

תרגיל 4

גזור את הפונקציות הבאות:

- א. $\sin(3x^2 + 2)$. ב. $(x^7 - 3x^6 - x^3)^5$. ג. $\frac{1}{x^7(1+x)^7}$. ד. $\frac{\sin x}{x}$.
 ה. $\frac{x}{1 + \ln x}$. ו. $e^{\ln(x^2+1)+x}$. ז. $\arctan(e^{2x})$. ח. $\arcsin(\cos x)$. ט. $\tan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.
 י. $x^{\sin x}$. יא. $\log_{\sin x} x$.

תרגיל 5

א. מצא את הנגזרת של הפונקציה $f(x) = \begin{cases} \sin^2 x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ בכל נקודה.

ב. לאילו ערכי x הפונקציה $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ -x^2 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ גזירה? נמק את תשובתך!

ג. הפונקציה f מוגדרת ב \mathbb{R} ומקיימת לכל $x, y \in \mathbb{R}$ $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|^2$. חשב את f' . נמק!

תרגיל 6

נגדיר פונקציה $f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^2 & x \leq 1 \end{cases}$.

מה צריכים להיות a ו b כדי ש f תהיה גזירה בכל נקודה ב \mathbb{R} ? נמק את תשובתך!