

**אלגברה לינארית להנדסה בר-אילן**  
**מועד א' התשע"ח**

ד"ר מיטל אליהו רובינסון.  
 מתרגלים : אחיה בראון, עדי בן צבי, אריאל וייצמן, עוזי חרוש.

זמן הבחינה : 3 שעות. הקדישו 30 דק' (לכל היותר!) לחלק הראשון ותכננו את חלוקת הזמן!  
 מספיקות 40 דק לכל אחת מהשאלות האחרות!  
 מותר להשתמש במחשבוניו מדעיים פשוטים בלבד!

**בסוף הבחינה יש דפי טיוטה לשימושכם. אם תרצו לכתוב שם תשובות - סמנו  
 זאת : המשך לתשובה... בעמ' ...**

הערה: כל המרחבים הווקטורים בבחינה הם ממימד סופי.

# בהצלחה!

שאלה	ניקוד
הוכחות: שאלות 1-2	
3	
4	
5	
סה"כ	

בס"ד  
חלק א' – הוכחה (20 נק' לשאלה)

ענו על אחת בלבד מהשאלות הבאות:

1. יהיו  $A \in F^{n \times n}$ ,  $\lambda$  ע"ע של  $A$ . נסחו והוכיחו את המשפט על הקשר בין הריבוי האלגברי והגיאומטרי של  $\lambda$ .

2. יהי  $V$  מרחב מכפלה פנימית. יהיו  $x, y \in V - (\vec{0})$ . נגדיר  $u = \frac{\langle x, y \rangle}{\|y\|^2} y$ .

- א. הוכיחו ש  $u$  ניצב ל  $y$ .
- ב. הוכיחו ש  $\langle u, u \rangle = \langle u, x \rangle$ .
- ג. הסיקו את אי שוויון קושי שוורץ.

## המשך תשובה לחלק א'

חלק ב' - שאלות פתוחות - יש לענות על כל השאלות!

3. (40 נק') - פירוק SVD

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$$

תהי A המטריצה הממשית:

- א. (8) מצאו את  $B = A^T A$  ומצאו לכסון האורתוגונלי שלה.
- ב. (12) חשבו את מטריצות  $U \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, \Sigma \in \mathbb{R}^{2 \times 3}, V \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  בפירוק הסינגולרי:  
 $A = U \Sigma V^T$  - יש להראות שאכן המטריצות  $U, V$  אורתוגונליות.
- ג. (8) הוכיחו:  $R(A) = sp\{v_1, v_2\}$  כאשר  $v_1, v_2$  הן העמודות הראשונות של  $V$ .
- ד. (5) כמה אפשרויות יש לעמודה השלישית של המטריצה  $V$ ? הוכיחו.
- ה. (7) נגדיר  $C = AA^T$ . הוכיחו שהיא הפיכה ומצאו את ההופכית של  $C^{10}$  ללא חישוב  $C$  כלל.

### המשך התשובה לשאלה 3

### המשך התשובה לשאלה 3

4. (20 נק') - העתקות לינאריות

- א. האם קיימת הע"ל  $T: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^5$  כך ש  $\text{Im} T = \ker T$  ? אם כן מצאו כזו בצורה מפורשת והראו שהיא מקיימת את הדרישה. אם לא הוכיחו שאינה קיימת.
- ב. האם קיימת הע"ל  $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  כך ש  $\text{Im} T = \ker T$  ? אם כן מצאו כזו בצורה מפורשת והראו שהיא מקיימת את הדרישה. אם לא הוכיחו שאינה קיימת.

## המשך התשובה לשאלה 4



5. (30 נק') יהיו  $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . אין קשר בין הסעיפים:

- א. (8 נק') נניח שקיים  $m \in \mathbb{N}$  כך ש:  $A^m = 0$ . הוכיחו כי המטריצה  $I - A$  היא הפיכה.
- ב. (10 נק') נתון  $\text{rank}(A) + \text{rank}(B) > n$ . הוכיחו  $AB \neq 0$ .
- ג. (12 נק') נתון  $A, B$  הפיכות ודומות זו לזו. הוכח או הפרך המטריצות  $\text{adj}A, \text{adj}B$  דומות זו לזו.

המשך תשובה

בס"ד המשך תשובה





## המשך תשובה

## המשך תשובה

## טיוטה