

אינפי 2 – תרגיל מספר 1

1. הוכיחו כי מתקיים $\tan x > x$ בקטע $(0, \frac{\pi}{2})$.

2. נניח כי f גזירה בקטע (a, b) וכך שקיים $f'(x) = 0$ לכל נקודה בקטע! .
הוכיחו כי הפונקציה קבועה בקטע .

3. תהי f פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$, וגזירה פעמיים בקטע הפתוח (a, b) .
נניח כי קיימת נקודה $c \in (a, b)$ כך ש- $f(c) > 0$, ובנוסף נניח כי מתקיים:
 $f(a) = f(b)$. הוכיחו כי קיימת נקודה t בקטע (a, b) כך ש: $f''(t) < 0$.
{רמז: משפט לגרנז' שיכול להיות בשימוש יותר מפעם אחת ...}

*4. הוכיחו/הפריכו: אם f גזירה בקטע $[0, \frac{\pi}{2}]$ ומקיימת $0 \leq f'(x) \leq 1$ לכל נקודה בקטע, אז קיימת נקודה c בקטע זה עבורה מתקיים: $f'(c) = \sin(c)$
(זוכרים את תכונת ערך הביניים של הנגזרת? ...)

5. הראו כי מתקיים: $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{15} < \arcsin(0.6) < \frac{\pi}{6} + \frac{1}{8}$

(זיכרו כי הפונקציה ההפוכה לסינוס, מוגדרת: $\arcsin(x) : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$)
וכי המספר 0.6 "קרוב" למספר 0.5 ...

בהצלחה!