

מבוא לאלגברה לינארית - תרגיל 4

תרגיל 1. עבור כל אחד מהסעיפים הבאים קבע האם הנפרש שווה לקבוצה שאליו משויים. אם כן, בטא איבר כללי של הקבוצה באמצעות הוקטורים הנתונים.

1. $\mathbb{R}^3 \stackrel{?}{=} \text{span} \{(2 \ 0 \ 4), (0 \ 1 \ 0), (6 \ 5 \ 12)\}$

2. $\mathbb{R}^2 \stackrel{?}{=} \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$

3. $\mathbb{R}_3[x] \stackrel{?}{=} \text{span} \{1, x + x^2, 4x^3 + x^2, 2x\}$

כאשר $\mathbb{R}_3[x] = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \mid a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}\}$

מרחב כל הפולינומים עד דרגה 3

4. $\mathbb{R}^{2 \times 2} \stackrel{?}{=} \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \right\}$

כאשר $\mathbb{R}^{2 \times 2} = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \mid a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} \in \mathbb{R} \right\}$

מרחב כל המטריצות מגודל 2×2

תרגיל 2. מצא k כך שהקבוצה

$$\left\{ \begin{pmatrix} k \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

תלוייה לינארית ?

תרגיל 3. מצא k כך שהקבוצה

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

תלוייה לינארית ?

תרגיל 4. יהיו

$$v = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

הוכיחו שאם v_1, v_2 תלויים לינארית אז

$$ad - bc = 0$$

תרגיל 5. הוכחו: יהיו u, v בת"ל ו- $w \in \text{Span}\{u, v\}$ אז $\{u, v, w\}$ ת"ל

בהצלחה!!