

בוחר ב' בקורס 89-214 תשפ"ב מבנים אלגבריים (מדעי המחשב)

הוראות

1. יש לפתור את כל **שלוש** השאלות. הציון המרבי הוא 100.
2. **משך הבוחן** הוא 90 דקות.
3. **אין חומר עזר**. אין להשתמש במחשבון, טלפון, מחשב או בכל אמצעי אלקטרוני אחר.
4. כתבו את הפתרון לכל שאלה **בדף נפרד** ונמקו אותו היטב.
5. כתבו בעט כחול או שחור באופן ברור. הקפידו על סדר וניקיון.

בהצלחה!

שאלות

שאלה 1. יהי $n > 1$ מספר שלם.

1. (12 נק') הוכיחו כי זר ל- $n^3 - 1$.

2. (24 נק') יהי $m \in \mathbb{N}$. הביעו את המחלק המשותף המרבי של nm ושל $n^3m - m$ כצירוף לינארי שלהם.

שאלה 2. נתבונן בחבורה

$$G = \langle (1\ 8\ 9)(2\ 1\ 4)(4\ 7\ 9)(10\ 3\ 1)(6\ 4\ 1\ 5) \rangle \cap A_{10}$$

שהיא חיתוך של שתי תת-חבורות של S_{10} .

1. (16 נק') הוכיחו או הפריכו: החבורה G היא ציקלית.

2. (16 נק') מצאו את $|G|$.

שאלה 3 (40 נק'). יהי $n \in \mathbb{N}$. נסמן ב- G_n את קבוצת כל הפונקציות $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ שהן מן הצורה

$$\forall w \in \mathbb{R}^n : f(w) = Aw + v$$

כאשר $A \in GL_n(\mathbb{R})$ היא מטריצה ו- $v \in \mathbb{R}^n$ הוא וקטור.

1. הוכיחו כי G_n היא חבורה ביחס לפעולת ההרכבה.

2. הוכיחו או הפריכו: האם החבורה G_1 אבליית? האם החבורה G_2 אבליית?