

תרגיל 12 מופשטת 3

בכל התרגיל אתם מתבקשים לנמק את צעדיכם ככל האפשר.

1. האם ניתן לבנות את:

(א) $\sqrt[5]{3}$.

(ב) $e^{\frac{2\pi i}{6}}$.

2. עבור אילו ערכי n ניתן לבנות את $\sqrt[n]{2}$?

3. תהי G חבורה מסדר 2^n . הוכיחו כי קיימת סדרה יורדת של תתי חבורות

$$\{1\} \subseteq G_n \subseteq \dots \subseteq G_0 = G$$

כך ש $[G_i : G_{i+1}] = 2$. (רמז: משפט מתורת החבורות אומר שהמרכז של חבורה בגודל p^k אינו טריויאלי).

4. הוכיחו כי הרחבת גלואה E/F היא מוגדרת ריבועית אם ורק אם $\text{Gal}(E/F)$ היא מסדר 2^n עבור n כלשהוא.