

## מתמטיקה בדידה – תרגיל 5

1. ציינו לכל אחד מהיחסים הבאים אם הוא רפלקסיבי סימטרי או טרנזיטיבי. אם מדובר ביחס שקילות מצאו את מחלקות השקילות שלו.

א.  $R_1 = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{N}, a < b\}$

ב.  $R_2 = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{N}, a \leq b\}$

ג.  $R_3 = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{N}, a = b\}$

2. עבור כל אחד מהיחסים הבאים המוגדרים מעל  $\mathbb{R}$  (הממשיים) קבע האם הוא יחס שקילות:

א.  $|x - y| < 1 \Leftrightarrow xRy$

ב.  $x - y < 1 \Leftrightarrow xSy$

ג.  $x - y < -1 \Leftrightarrow xTy$

3. נתונה הקבוצה  $A$  ואוסף תת-קבוצות שלה  $A_1, A_2, \dots, A_n$  נגדיר יחס  $R$  על  $A$

ע"י:  $R = \{(x, y) : y \in A_i \text{ וגם } x \in A_i \text{ עבורו } i\}$

הוכח או הפרך:

א.  $R \Leftarrow \bigcup_{i=1}^n A_i = A$  רפלקסיבי.

ב.  $R \Leftarrow \bigcup_{i=1}^n A_i = A$  רפלקסיבי.

ג. לכל  $1 \leq i < j \leq n$  מתקיים:  $R \Leftarrow A_i \cap A_j = \emptyset$  רפלקסיבית.

ד.  $R$  טרנזיטיבי  $\Leftarrow$  לכל  $1 \leq i < j \leq n$  מתקיים:  $A_i \cap A_j = \emptyset$ .

4. יהי  $E$  יחס שקילות על קבוצה  $A$ , ויהי  $F$  יחס שקילות על קבוצה  $B$ . תהי

$$G = \{(a_1, b_1), (a_2, b_2) \mid (a_1, a_2) \in E, (b_1, b_2) \in F\}$$

הוכח כי  $G$  הוא יחס שקילות על  $A \times B$ .

5.  $A$  קבוצה. יהיו  $S$  ו- $R$  יחסי שקילות על  $A$ . הוכח או תן דוגמא נגדית לטענות הבאות:

א.  $R \cup S$  יחס שקילות.

ב.  $(A \times A) \setminus R$  יחס שקילות.

ג.  $(A \times A) \setminus R \cup I_A$  יחס שקילות.

ד.  $R \setminus S$  יחס שקילות.

( $I_A = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$  אז  $A = \{1,2,3\}$  לדוגמא אם)

6. תהי  $A$  קבוצה סופיות כך ש- $|A|=9$ .

א. כמה יחסים שונים ניתן להגדיר מעל  $A$ ?

ב. כמה יחסי שקילות מעל  $A$  מקיימים את התנאי הבא: "כל מחלקות השקילות הן בעלות 3

איברים בדיוק"? (רמז: חשבו על הקשר בין יחסי שקילות לחלוקות.)

**בהצלחה!**