

## אינפי 1 תרגיל 9

1. א. מצאו את מספר הפתרונות של המשוואות הבאות בקטע הנתון (אין צורך למצוא את הפתרונות עצמם). הוכיחו קביעתכם.

א.  $x^4 + x^2 = 2$  בקטע  $[0,2]$ .

ב.  $e^x = 10x$  בקטע  $[0,10]$ .

2. תהי  $f(x)$  פונקציה רציפה ב- $[0, a]$ ,  $f(a) = f(0)$ . הוכיחו שקיים  $x_0 \in \left[0, \frac{a}{2}\right]$  כך ש-

$$f(x_0) = f\left(x_0 + \frac{a}{2}\right)$$

רמז: הסתכלו על הפונקציה:  $g(x) = f\left(x + \frac{a}{2}\right) - f(x)$ .

3. תהי  $f(x) = \ln^2 x - 5 \ln x + 6$ . הוכיחו כי קיימת נקודה  $e^2 < c < e^3$  כך ש-  
 $f'(c) = 0$ .

4. הוכיחו לכל  $x > y > 0$  ו- $\alpha > 1$  מתקיים  $\alpha y^{\alpha-1}(x-y) < x^\alpha - y^\alpha < \alpha x^{\alpha-1}(x-y)$ .

5. חשבו את הגבולות הבאים במובן הרחב. במידה והגבול לא קיים, הסבירו מדוע.

א.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$

ב.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$

ג.  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} \sin x$

ד.  $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{1}{x}$

ה.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^3}$

ו.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{1-x}}$

ז.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$

6. א. הוכיחו: אם  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 0$  ו-  $f(x) > 0$  לכל  $x$ , אז  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{1}{f(x)} = \infty$ .

ב. אם נוריד את הדרישה של  $f(x) > 0$  לכל  $x$ , האם עדיין הטענה תהיה נכונה? נמקו.