

תורת הקבוצות תרגיל בית 7

1. הגדר ברקורסיה את הפונקציה $f(\alpha) = \beta\alpha$ עבור $\beta \neq 0$ נתון.
2. הוכח באינדוקציה טרנספיניטית שלכל סודר $\alpha > \omega$ יש גבולי יחיד, ו- $n \in \mathbb{N}$ יחיד כך ש: $\alpha = \beta + n$.
3. יהי β סודר אינסופי ו- $h : \beta \rightarrow \beta$ כך שלכל $\alpha \in \beta$ $h(\alpha) \in \alpha$. נגדיר ברקורסיה פונקציה $f : \beta \rightarrow \beta$ ע"י
$$f(\alpha) = \begin{cases} \frac{1}{7} & \alpha = 0 \\ 5(f(h(\alpha)))^3 & \alpha > 0 \end{cases}$$
4. הוכיחו שלכל $\alpha < \beta$ מתקיים $0 < f(\alpha) < 1$.
5. הוכיחו שאוסף כל הקבוצות מגודל 1 אינו קבוצה.
6. יהיו A, B קבוצות, ו- R יחס מ- A ל- B . (תזכורת: יחס מ- A ל- B הינו תת קבוצה של $A \times B$)
 - א. $dom(R)$
 - ב. $Im(R)$
7. יהיו A, B קבוצות. הוכיחו ש- A^B כלומר, אוסף כל הפונקציות מ- A ל- B הוא קבוצה.