

מבנים אלגבריים להנדסה, 83-218, בוחן 1 תשפ"א

כ"ג באייר ה'תשפ"א, 5.5.21

מרצה: פרופ' רון עדין.

מתרגל: אריאל ויצמן.

- מבנה הבוחן וניקוד: בבוחן חמישה סעיפים, כל סעיף שווה 20 נקודות. יש לענות על כל הסעיפים.
- הקפידו על סדר וניקיון.
- משך הבוחן: 80 דקות.
- חומר עזר: מחשבון.
- נמקו היטב את תשובותיכם!

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

בהצלחה!

1.

(א) (20 נק') האם הקבוצה

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

עם פעולת כפל מטריצות היא אגודה/מונואיד/חבורה? אם מדובר באגודה - מצאו את כל היחידות (שמאליות וימניות), אם מדובר במונואיד מצאו את כל האיברים ההפיכים.

(ב) (20 נק') האם הקבוצה

$$H = \{Id, f = (1, 2, 3)(4), g = (3, 2, 1)(4), h = (2, 3, 4)(1), k = (4, 3, 2)(1)\}$$

היא תת-חבורה של חבורת התמורות S_4 ? נמקו.

2.

(א) (20 נק') תהא G חבורה אבלית עם שישה איברים. נתון:

$$\exists g \in G : o(g) = 2 \wedge \exists h \in G : o(h) = 3$$

כלומר, ישנו איבר מסדר 2, וישנו איבר מסדר 3. הוכיחו או הפריכו: G ציקלית.

(ב) (20 נק') תהא G חבורה מסדר 22 (כלומר, $|G| = 22$). תהא $H \leq G$ תת-חבורה

המקיימת $H \neq G$. הוכיחו או הפריכו: H ציקלית.

3. (20 נק') תהא G חבורה, ותהיינה $H, K \leq G$ תת-חבורות. הוכיחו: $H \cup K \leq G$ אם

ורק אם $H \subseteq K \vee K \subseteq H$ (כלומר, איחוד של תת-חבורות הוא תת-חבורה אם ורק

אם אחת מהן מוכלת בשנייה).