

**תרגיל 1**

קבע עבור כל אחת מהפונקציות הבאות האם היא העתקה לינארית.

$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  .א

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7y + 3x \\ 8y + 7x \end{pmatrix}$$

$T: \mathbb{R}[x] \rightarrow \mathbb{R}$  .ב

$$T(p(x)) = p(2)$$

$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  .ג

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7y + 3x + 1 \\ 8y + 7x \end{pmatrix}$$

$T: \mathbb{R}[x] \rightarrow \mathbb{R}[x]$  .ד

$$T(p(x)) = p'(x)$$

$T: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$  .ה

$$T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y + x^2 & z^2 + y^2 \\ 8w & 8z - w^2 \end{pmatrix}$$

$T: \mathbb{R}^3[x] \rightarrow \mathbb{R}^4[x]$  .ו

$$T(p(x)) = (p'(x))^2$$

**תרגיל 2**

עבור כל אחד מהסעיפים הבאים, קבע האם קיימת העתקה לינארית  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  המקיימת את תנאי הסעיף. במידה וקיימת העתקה כזו, מצא אותה.

$T \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .ג	$T \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ .ב	$T \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ .א
$T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$T \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$T \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$
$T \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$	$T \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

## תרגיל 3

נתונה העתקה לינארית  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  המוגדרת על ידי:

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 6z \\ 3x + 7y - 3z \\ 2x + 5y - 3z \end{pmatrix}$$

מצאו את  $\text{Ker}(T)$  ואת  $\text{Im}(T)$ .

## תרגיל 4

תהי  $T: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^3$  העתקה לינארית המוגדרת על ידי:

$$T(a + bx + cx^2) = \begin{pmatrix} a + b + c \\ a + 2b + 2c \\ c \end{pmatrix}$$

הוכיחו שהיא חח"ע ועל.

## תרגיל 5

נתון מרחב וקטורי  $V$  ותת-מרחב שלו  $U$  כך ש  $\dim(U) < \dim(V)$   
הוכח או הפרך:

קיימת העתקה לינארית  $T: V \rightarrow V$  כך ש  $T \neq I$  וגם  $T(u) = u$   $\forall u \in U$ .

## תרגיל 6

נתונים שני תתי מרחבים של  $V = \mathbb{R}^3$ :

$$U = \text{span} \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$W = \text{span} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$$

מצאו העתקה לינארית  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  המקיימת  $\text{Im}(T) = W$  ו  $\text{Ker}(T) = U$ .

## תרגיל 7

נתונה העתקה לינארית  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ :

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8x + 7z + 8z \\ 4x + 4y + 4z \\ 3x + 2y + 3z \end{pmatrix}$$

מצא את המטריצה המייצגת לפי הבסיס הסטנדרטי, ומצא את  $\text{Ker}(T)$  ואת  $\text{Im}(T)$ .