

תרגיל ידני 4

שאלה 1

שאלה 1

נתון: $U = \text{span}\{(1, 2, -1, 0, 2), (1, -2, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 1, 0)\}$ תת מרחב של \mathbb{R}^5 עם מכפלה פנימית

$$\langle x, y \rangle = x^t y = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

מצא בסיס אורתוגונלי ל-U.

שאלה 2

יהי $V = \mathbb{R}^4$. עבור תת המרחב $U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ -y \\ y \\ 2x \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{R} \right\}$ של V . מצאו בסיס ומימד של המשלים

האורתוגונלי U^\perp ביחס למכפלה הפנימית הסטנדרטית ב- $V = \mathbb{R}^4$.

שאלה 3

תהי $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. חשב את ההופכית של A בעזרת המטריצה המצורפת של A.

שאלה 4

יהי n שלם גדול מ-1. ונגדיר מטריצה $A_{n \times n}$ באופן הבא: $a_{i,j} = \begin{cases} 0 & i = j \\ 2i & i \neq j \end{cases}$. חשב את הדטרמיננטה של A.

שאלה 5

נתון: $|B| = -2, |A| = 5$

חשבו את: $|A^{-1} \cdot B^2|, |A^3 \cdot B^T|, |B^{-1}|, |(AB)^{-1}|$

שאלה 6

נתונה המטריצה: $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

א. מצא את כל העי"ע והוי"ע של A.

ב. קבע את הריבוי האלגברי והריבוי הגאומטרי של כל ערך עצמי

ג. האם A ניתנת ללכסון? אם כן מצא מטריצה הפיכה P כך ש $P^{-1}AP$ אלכסונית.

שאלה 7

A היא מטריצה מסדר 2×2 בעלת ערכים עצמיים $\lambda_1 = 2$ ו- $\lambda_2 = 5$ והוקטורים העצמיים:

$$Av_1 = \lambda_1 v_1 \text{ : כד שמתקיים : } v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

חשב את A^{-1} .

שאלה 8

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \text{ : נתונה המטריצה}$$

א. חשבו את הפולינום האופייני

ב. חשבו את A^{-1} בעזרת משפט קיילי המילטון.