1) הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה: אם $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרה מונוטונית בעלת גבול חלקי L (במובן הרחב) אז $\lim_{n\to\infty} a_n = L$.

הוכחה:

כל סדרה מונוטונית מתכנסת במובן הרחב ולכן $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ מתכנסת במובן הרחב לאיזשהו M לכן כל תת סדרה שלה תתכנס ל M ובפרט תת הסדרה שמתכנסת ל L. הסדרה האחרונה מתכנסת גם ל M וגם ל L ומיחידות הגבול נסיק ש $M = L$.

2) תהי $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרה ונניח שמתקיים $\lim_{k\to\infty} a_{3k} = \lim_{k\to\infty} a_{3k-1} = \lim_{k\to\infty} a_{3k-2} = -\infty$. הוכיחו ש $\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty$.

הוכחה: יהי $M \in \mathbb{R}$. צריך להוכיח שקיים $n_0 \in \mathbb{N}$ כך שלכל $n \ge n_0$ $a_n < M$.

מכך ש $\lim_{k\to\infty} a_{3k} = \lim_{k\to\infty} a_{3k-1} = \lim_{k\to\infty} a_{3k-2} = -\infty$ נקבל שקיימים $k_0, k_1, k_2 \in \mathbb{N}$ כך ש

א) $\forall k \ge k_0 \; a_{3k} < M$

ב) $\forall k \ge k_1 \; a_{3k-1} < M$

ג) $\forall k \ge k_2 \; a_{3k-2} < M$

עבור $k' = \max\{k_1, k_2, k_3\}$ נקבל שלכל $k \ge k'$ $a_{3k} < M$ וגם $a_{3k-1} < M$ וגם $a_{3k-2} < M$

יהי $n_0 = 3k'$. נראה שלכל $n \ge n_0$ $a_n < M$ כדרוש. אם $n = 3k \ge n_0 = 3k'$ אז בהכרח $k \ge k'$ ואז $a_n = a_{3k} < M$.

אם $n = 3k - 1 \ge n_0 = 3k'$ אז בהכרח $k > k'$ ונקבל ש $a_n = a_{3k-1} < M$.

אם $n = 3k - 2 \ge n_0 = 3k'$ אז בהכרח $k > k'$ ונקבל ש $a_n = a_{3k-2} < M$.

מכיון שכל מספר טבעי n הוא מהצורה $n = 3k$ או $n = 3k - 1$ או $n = 3k - 2$ ההוכחה הושלמה.