

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{p}$$

השינוי של המומנטום
הוא תוצאה של הסיבוב
המטרי

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} \times \vec{p}$$

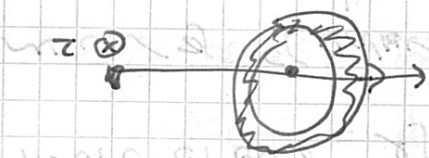
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{p} + \frac{d\vec{p}}{dt} \hat{p}$$

למה זה נכון?

אבל האקור הדינמיים הם זהים

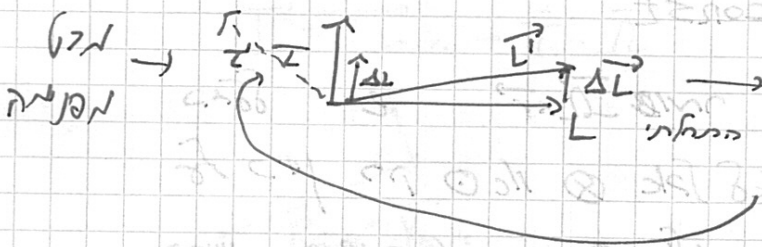
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext}, \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}_{ext}$$

נוסחה



המהירות היא $v = \omega R$
(L=0)
סמטקס יתה סולו

המהירות הזוויתית



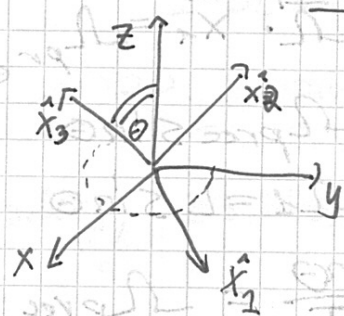
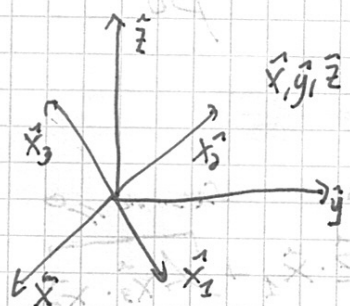
הקנה שני

ההצבה 16:

טווח ההצבה = סיבוב של $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$ ביחס ל $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$

בו מביא אלנו סבובות אלו

Euler אלו



$$I_1 = I_2 \neq I_3$$

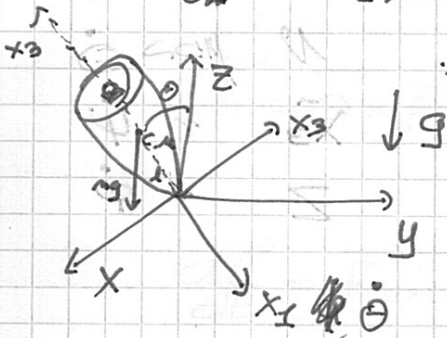
$$T_{\text{rot}} = \frac{I_1}{2} (\dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) + \frac{I_3}{2} (\dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi})^2$$

$$L_1 = \dot{\theta}$$

$$L_2 = \dot{\varphi} \sin \theta$$

$$L_3 = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi}$$

$$L_1^2 = \dot{\theta}^2 \quad L_2^2 = \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta \quad L_3^2 = (\dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi})^2$$



$$T_{\text{rot}} = \frac{I_1}{2} (\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta) + \frac{I_3}{2} (\dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta)^2$$

$$U = mgl \cos \theta$$

$$T_{\text{trans}} = \frac{1}{2} m (l \dot{\theta})^2 + m (l \sin \theta \dot{\varphi})^2$$

$$L = T_{\text{rot}} + T_{\text{trans}} - U = \frac{I_1 + ml^2}{2} (\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\varphi}^2) + \frac{I_3}{2} (\dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta)^2 - mgl \cos \theta$$

$$p_\psi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}$$

$$\dot{p}_\psi = \frac{\partial L}{\partial \psi} = 0$$

$$p_\psi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} = \text{const} = I_3 (\dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta) \quad \text{כדי}$$

$$= p_\psi = \text{const}$$

$$\text{const} = p_\psi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{I_1 + ml^2}{2} (2 \sin^2 \theta \dot{\varphi}) + I_3 (\dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta) \cos \theta$$

$$\text{const} = E = \frac{I_1 + ml^2}{2} (\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta) + \frac{I_3}{2} (\dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta)^2 + mgl \cos \theta$$

כדי שהתנע לא ישתנה עם הזמן, צריך שהתנע לא ישתנה עם הזמן, כלומר $\dot{p}_\psi = 0$

$$\dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta = \frac{P_{\varphi}}{I_3}$$

$$\dot{\psi} I_3 \cos \theta + \dot{\varphi} [I_3 \cos^2 \theta + (I_1 + ml^2) \sin^2 \theta] = P_{\varphi}$$

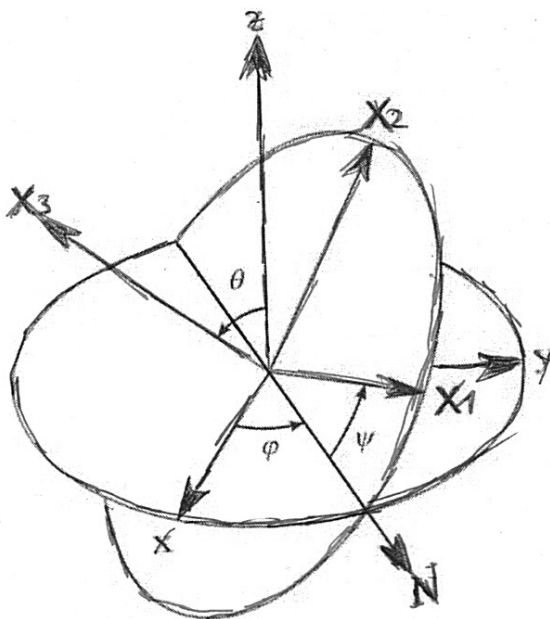
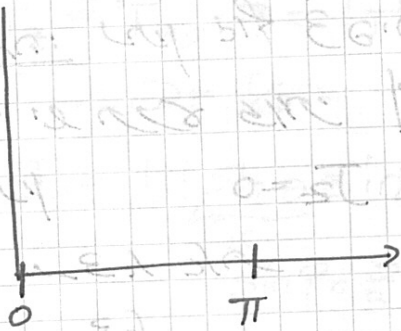
$$\dot{\varphi} = \frac{P_{\varphi} - P_{\varphi} \cos \theta}{(I_1 + ml^2) \sin^2 \theta}$$

$$\dot{\psi} = \frac{P_{\varphi}}{I_3} - \cos \theta \frac{P_{\varphi} - P_{\varphi} \cos \theta}{(I_1 + ml^2) \sin^2 \theta}$$

$$E = \frac{I_1 + ml^2}{2} (\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta) + \frac{I_3}{2} (\dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta)^2 + mgl \cos \theta$$

$$E = \frac{I_1 + ml^2}{2} \dot{\theta}^2 + U_{\text{eff}}(\theta)$$

U_{eff}



8 סיבוב

ה' ס' כ' א' ב' ג' ד' ה' ו' ז' ח' ט' י' י"א י"ב י"ג י"ד י"ה י"ו י"ז י"ח י"ט כ' כ"א כ"ב כ"ג כ"ד כ"ה כ"ו כ"ז כ"ח כ"ט ל' ל"א ל"ב ל"ג ל"ד ל"ה ל"ו ל"ז ל"ח ל"ט

Lab system (LS)

x_1, y, z : יחידות

Body system (BS) : יחידות

$\{x_1, x_2, x_3\}$: יחידות

θ : ה' ס' ו' rotation

ψ : rotation ה' ס' ו' ה' ס' ו'

φ : Precession ה' ס' ו'