

## תרגיל מספר 10

1. חשבו את האינטגרלים הבאים

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2 + 4x + 8} \quad \text{ב.} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\cos 3x + \sin 4x) dx}{(x^2 + 9)^2} \quad \text{א.}$$

$$\sum_{n=1}^6 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin n x dx}{x^2 + 2x + 5} \quad \text{ד.} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \cos(3x) dx}{(x^2 + 4)(x^2 + 1)} \quad \text{ג.}$$

2. כמה אפסים כולל ריבוי יש לפונקציה  $f(z) = 9z^5 e^z - 2z^3 + 1$  בתוך העיגול  $|z| < 1$ ?

3. כמה אפסים כולל ריבוי יש לפונקציה  $f(z) = z^4 + z^2 - 2z + 1$  בתוך העיגול  $|z - 1| < 3$ ?

4. כמה אפסים כולל ריבוי יש לפונקציה  $f(z) = 3z^9 + 8z^6 + z^5 + 2z^3 + 1$  בטבעת  $1 < |z| < 2$ ?

5. לפי הגדרה, "נקודת שבת" של פונקציה  $f$  היא נקודה  $z_0$  כך ש- $f(z_0) = z_0$ . הוכיחו שאם  $f$  היא פונקציה אנליטית בתוך עיגול היחידה  $B = \{z : |z| \leq 1\}$ , כך שלכל  $z$  ב- $B$  מתקיים  $|f(z)| < 1$ , אז קיימת ל- $f$  נקודת שבת אחת בדיוק בעיגול  $B$ .

6. כמה אפסים, כולל ריבוי, יש לפונקציה  $f(z) = e^z - 3z^4$  בתוך הפס  $\{z \in \mathbb{C} : -1 < \Re z < 1\}$ ?

7. כמה אפסים, כולל ריבוי, יש לפונקציה  $f(z) = (z + 3)^2 e^{3z} + (z + 2)^4$  במלבן  $R = \{(x, y) : -4 \leq x \leq -1, -1 \leq y \leq 1\}$ ?