

תרגיל 8 - בוגרים

תרגיל 1. מצאו נקודות קריטיות וסווגו אותן (מקסימום/מינימום/אוקף) עבור הפונקציות הבאות (בכל תחום ההגדרה).

$$1. f(x, y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 6y^2$$

$$2. f(x, y) = (x - 1)^2 - 2y^2$$

$$3. f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$$

$$4. (a, b > 0), f(x, y) = xy\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$$

$$5. f(x, y) = (x^2 + y^2) e^{-(x^2 + y^2)}$$

$$6. f(x, y) = x^2 y$$

תרגיל 2. (ממבחן) מצאו מקסימום ומינימום מוחלטים של הפונקציה $f(x, y) = xy$ בתחום האליפסה $2x^2 + \frac{1}{2}y^2 \leq 1$ (הדרכה: מצאו תחילה נימינום ומקסימום מקומיים בפנים של האליפסה באופן רגיל, ואחר כך מינימום ומקסימום על השפה בעזרת כופלי להגרנז'. שימו לב, השפה של האליפסה היא קומפקטית).

תרגיל 3. (ממבחן) תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ גזירה ברציפות פעמיים ונגדיר

$$g(x, y) = f(x) + \frac{1}{2}y^2$$

1. הראו שכל נקודה קריטית של g ב \mathbb{R}^2 היא מהצורה $(x_0, 0)$ כאשר x_0 היא נקודה קריטית של f .

2. מיינו את הנקודות הקריטיות של g ב \mathbb{R}^2 בשני המקרים הבאים:

(א) כאשר x_0 היא נקודת מקסימום מקומי של f .

(ב) כאשר x_0 היא נקודת מינימום מקומי של f .