שם הקורס: טופולוגיה
שם המרצה: פרופ' מגרל
מתרגל: מני שלוסברג

תרגיל בית 9 – טופולוגיה

שאלה 1

נתבונן בשלושה תתי מרחבים של $\mathbb{R}^2$:

$$X=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2=1\right\}$$

$$Y=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2=1\right\}\cup\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (x-2)^2+y^2=1\right\}$$

$$Z=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2=1\right\}\cup\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2=1\right\}$$

ראינו בכיתה ש-Z אינו הומיאומורפי ל-X. האם Y הומיאומורפי ל-X או ל-Z?
הוכיחו את תשובתכם!

שאלה 2

הוכיחו כי $\mathbb{R}$ אינו הומיאומורפי ל $\mathbb{R}^n$ עבור $n>1$.

שאלה 3 (ממבחן)

יהי $A\subseteq\mathbb{R}$. הראו שאם A צפוף ב $\mathbb{R}$ ו $A\neq\mathbb{R}$ אז A איננו קשיר.

שאלה 4

א. הראו שלכל טופולוגיה יש בסיס

ב. הראו שאם B_1 הוא אוסף של קבוצות פתוחות במרחב (X,τ), המכיל בסיס B_2 ל-τ, אזי B_1 הוא בעצמו בסיס ל-τ.

ג. יהיו τ_1,τ_2 טופולוגיות על X. יהי B_1 בסיס ל-(X,τ_1). אזי: $\tau_1\subseteq\tau_2$ אם ורק אם $B_1\subseteq\tau_2$.

שאלה 5

א. יהיו X,Y מ"ט. יהיו $F\subseteq X, G\subseteq Y$ סגורות. הוכיחו כי הקבוצה $F\times G$ סגורה ב- $X\times Y$.

ב. יהיו X,Y מ"ט, $A\subseteq X, B\subseteq Y$. הוכיחו כי $\overline{A\times B}=\overline{A}\times\overline{B}$.

שאלה 6

יהיו X,Y מ"ט. הוכיחו ש $X\times Y$ האוסדורף אם ורק אם X ו-Y האוסדורף.

בהצלחה!