# אנליזה 1 למורים- תרגיל 3

דרכים לחישובי גבולות שניתן להתשמש בהם שראינו:

1. משפט הסנדויץ'
2. אפיסה כפול חסומה שווה אפיסה
3. הכפלה בצמוד
4. בהינתן סדרה מתכנסת $\lim_{n\to\infty} a_n = L$ עבור אזי עבור $b>1$ מתקיים $\lim_{n\to\infty} {a_n}^b = L^b$
5. עבור $a>0$ מתקיים: $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$

חשבו את הגבולות של הסדרת הבאות:

1. $$a_n = \left(\frac{6n^3 - 5n + 7}{3n^3 + n^2 + 1}\right)^4$$

2. $$a_n = \sqrt{n} \cdot \left(\sqrt{n+5} - \sqrt{n}\right)$$

3. $$a_n = \frac{(2n)! + (2n-1)!}{(2n)! + (2n+1)!}$$

4. $$a_n = \sqrt[n]{3^n + 2^n}$$

רמז: תשתמשו במשפט הסנדויץ' (עשינו משהו מאוד דומה בתרגול)

5. $$a_n = \sqrt[n]{\frac{2n^2 + 1}{n^2}}$$

רמז: תשתמשו במשפט הסנדויץ' (עשינו משהו מאוד דומה בתרגול)

6. $$a_n = \left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \cdots + \frac{1}{(2n)^2}\right)$$

רמז: תשתמשו בשיטת הסנדויץ' ותמצאו את שתי הסדרות האחרות ע"י הגדלה והקטנת כל מכנה.

7. (תרגיל קצת קשה) $$a_n = \frac{2n + \sin(n)}{n + \cos(2n)}$$

.8 $a_n = \frac{2^n}{n!}$

רמז: $\frac{2^n}{n!} = \frac{2}{1}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{4}\cdots\frac{2}{n} \le \frac{2}{1}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdots\frac{2}{3} = 2\cdot\frac{2^{n-2}}{3^{n-2}} = 2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}$

תשתמשו בשיטת הסנדויץ' .

.9 $a_n = \frac{2^n \cdot \cos(n)}{(2n)!}$

רמז: תשמשו במה קיבלתם בסעיף הקודם ובמשפט הסנדויץ'.

.10 $a_n = \frac{\sin(n^2+1)}{n^2}$