

תרגיל 14
... אוחרון !!!

שאלה 1

תהי $A \subseteq \mathbb{R}$ מניחה, ונסמן את קובץ הצפיפות של A :

$$\tilde{A} := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{m([x-\varepsilon, x+\varepsilon] \cap A)}{2\varepsilon} = 1 \right\}$$

הוכיחו \(\setminus\) הפריכו: \tilde{A} קבוצה פתוחה.

שאלה 2

נניח כי $\mu < \nu$ היק מדידות חיוניות ו- σ -סופית φ ש: $\mu \ll \nu$

גדלי: $\lambda = \mu + \nu$, (שימו לב כי $\mu \ll \nu$ ואם $\nu \ll \mu$)

הוכיחו כי אם $f = \frac{d\mu}{d\lambda}$, $g = \frac{d\nu}{d\lambda}$ אזי:

(א) $f > 0$ כמעט μ -

(ב) $f + g = 1$ כמעט λ -

(ג) $d\nu = \frac{g}{f} d\mu$

שאלה 3

ובנו $\mu < \nu$ שני מדידות חיוניות φ ש- $\mu \ll \nu$ ו: $g = \frac{d\mu}{d\nu}$

הראו כי אם f פונקציה אינטגרלית ביחס למדידה μ אזי היא

אינטגרלית ביחס למדידה ν ומתקיים:

$$\int f g d\nu = \int f d\mu$$

בהצלחה! 😊