הקורס: אינפי מתקדם
המרצה: פרופסור אגרנובסקי
המתרגלים: מני ולואי

# תרגיל בית מספר 4

**<u>שאלה 1</u>** (מבחן משנת תשס"ה)

בנקודה $a=(1,1,1)$, באיזה כיוון הפונקציה $f(x,y,z)=x\arctan(yz)$ עולה בקצב הגדול ביותר?
הגדירו כיוון זה ע"י ווקטור שאורכו 1. כמו כן, חשבו את הנגזרת של $f$ בנקודה $a$ בכיוון הזה.

**<u>שאלה 2</u>**

נתבונן בפונקציה
$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2xy^2}{x^2+y^4} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

א. חשבו את הנגזרות הכיווניות $\frac{\partial f}{\partial h}(0,0)$ (כאשר $h$ ווקטור יחידה כלשהו), במידה וקיימות.

ב. בהסתמך על סעיף א' בלבד, הוכיחו כי הפונקציה אינה דיפרנציאבילית (גזירה) בנקודה $(0,0)$.

**<u>שאלה 3</u>**

נתבונן בפונקציה $f(x,y,z)=xy^2z^3$. נתונים ווקטור $h=(4,3,0)$ ונקודה $a=(3,2,1)$.

א. חשבו את הנגזרת של $f$ בנקודה $a$ לפי הווקטור $h$

ב. חשבו את הנגזרת של $f$ בנקודה $a$ לפי <u>כיוון</u> הווקטור $h$ (נגזרת כיוונית)

**<u>שאלה 4</u>** (שאלה ממבחן תשס"ה)

נגדיר $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ ע"י:
$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{(x^2+y^2)^\gamma} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

א. הפונקציה $f$ דיפרנציאבילית (גזירה) בנקודה $(0,0)$ אם ורק אם:

1. $\gamma<\frac{1}{4}$

2. $\gamma<\frac{1}{2}$

3. $\gamma < 1$

4. $\gamma > \frac{1}{2}$

בחרו את התשובה הנכונה והוכיחו את תשובתכם/ן! (<u>הערה</u>: כדאי להשתמש בקואורדינטות פולריות).

ב. מצאו את $df_{(0,0)}(h)$ עבור ערכי $\gamma$ בהם הפונקציה דיפרנציאבילית.

**<u>שאלה 5</u>** (שאלה ממבחן תשנ"ז)

מצאו $dg_a(h)$ עבור $g=\phi\circ f$ , $a=(1,1)$ , $h=\left(3,\frac{1}{2}\right)$ כאשר:

$$f(x,y)=\left(x^2+xy+1,y^2+2\right) \ , \ \phi(u,v)=\left(u+v,2u,v^2\right)$$

השתמשו בכלל השרשרת והצדיקו את השימוש בכלל זה!

**<u>שאלה 6</u>** (שאלה ממבחן תשס"ה)

חשבו את מטריצת יעקובי ב-$(0,0)$ של הפונקציה $g := f\circ\phi$ באשר $\phi(x,y)=\left(\frac{1}{2}\left(e^y+\cos x\right),\frac{1}{2}\left(e^x+\cos y\right)\right)$ ונתון ש- $f$ דיפרנציאבילית בנקודה $(1,1)$ ומטריצת יעקובי שלה בנקודה זו היא $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

השתמשו בכלל השרשרת והצדיקו את השימוש בכלל זה!

## בהצלחה!