

## מבנים דיסקרטיים – תרגיל בית 1

### 5.3.2013 תאריך הגשה:

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

1. מצאו את ההפכית של התמורה  $\pi$ .

תשובה:

$$\pi^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 1 & 4 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

2. פרקו את התמורה  $\pi$  למחזוריים זרים

תשובה:

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix} = (16523)(4) = (16523)$$

3. פרקו את התמורה  $\pi$  למכפלת חילופים

תשובה:

$$\pi = (16523) = (13)(12)(15)(16)$$

4. חשבו את המכפלות  $\sigma\tau, \tau\sigma$  של התמורות

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\sigma\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

תשובה:

$$\tau\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

5. כתבו את  $(15)(16789)(45)(123)$  כמכפלה של מחזוריים זרים

$$(123)(45)(16789)(15) = (145678923)$$

תשובה:

6. נגדיר חזקה של תמורה ע"י  $\pi^n = \pi\pi\cdots\pi$  (מכפילים את  $\pi$  בעצמה בדיוק  $n$  פעמים). חשבו

$$\pi = (12345678) \quad (n \geq 1)$$

תשובה:

$$\pi = (12345678)$$

$$\pi^2 = (1357)(2468)$$

$$\pi^3 = (14725836)$$

$$\pi^4 = (15)(26)(37)(48)$$

$$\pi^5 = (16385274)$$

$$\pi^6 = (1753)(2864)$$

$$\pi^7 = (18765432)$$

$$\pi^8 = (1)$$

7. סוכן הביון מר  $\gamma$  מחליף כל יום את הסמא במחשב שלו.

במשך שלושה ימים רצופים הצליחו סוכנינו לחלץ את הסמא שלו:

יום ראשון 25134

יום שני 54132

יום שלישי 43152

מצאו את הסמאות ליום רביעי וחמישי.

רמז: יש חוקיות לבחירת הסמאות הקשורה לתמורות.

תשובה: מיקום מספר נקבע לפי הסמא הקודמת כאשר מתייחסים אליה בכתיב מחזורי. לדוגמה (25134) אומר ש 2 עובר למקום החמישי, 5 עובר למקום הראשון וכך הלאה.

לכן הסמא היא: 35421