תרגיל 6

1. תהא $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ נגדיר ה"ל

$$T : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}^{2\times 2}$$

המוגדרת ע"י

$$T(B) = A \cdot B$$

מצא את המרחביים העצמיים של T והוכח כי T אינה לכסינה

2. נגדיר

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & a-2 \\ 1 & 1 & a-2 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

(א) הוכח כי לכל a מתקיים כי A לכסינה

(ב) עבור כל ערך a מצא מטריצה P_a הפיכה, D_a אלכסונית המקיימות

$$D_a = P_a^{-1} A P_a$$

3. עבור אילו ערכי a המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <u>אינה</u> לכסינה?

(א) כאשר $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$

(ב) כאשר $A \in \mathbb{C}^{3\times 3}$

4. היעזרו במשפט קילי המיליטון לענות על השאלות הבאות (תזכורת־ משפט קיילי המילטון: תהא A מטריצה, יהא $f_A(x)$ הפ"א שלה אזי $f_A(A)=0$):

(א) תהא $A\in\mathbb{F}^{n\times n}$ הפיכה. הוכיחו כי קיים פולניום ממעלה קטנה שווה ל $n-1$

$$p(x)=\sum_{i=0}^{n-1}a_ix^i$$

המקיים

$$A^{-1}=p(A)$$

(ב) חשב את את A^{-2},A^{12} עבור המטריצה

$$A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$$

בהצלחה!