

בוחר בטופולוגיה-2015

שאלה 1

הגדירו את המושגים הבאים (כל סעיף- 5 נקודות):

- א. נורמות שקולות.
- ב. נקודת הצטברות במרחב מטרי.
- ג. סגור של קבוצה במרחב טופולוגי.

שאלה 2

על \mathbb{R} נגדיר טופולוגיה τ באופן הבא:

$$\tau = \{O \subseteq \mathbb{R} : |O^c| \leq \aleph_0\} \cup \{\emptyset\}$$

- א. (15 נקודות) הוכיחו ש τ טופולוגיה.
- ב. (20 נקודות) הוכיחו שסדרה מתכנסת במ"ט זה אם ורק אם היא קבועה לבסוף. הסיקו שלכל $A \subseteq \mathbb{R}$ מתקיים $scl(A) = A$.
- ג. (15 נקודות) מצאו דוגמה לתת קבוצה $A \subseteq \mathbb{R}$ כך ש $cl(A) \neq A$. האם (\mathbb{R}, τ) מטריזבילי?

שאלה 3

- א. (15 נקודות) הוכיחו/הפריכו: הכדור הפתוח $B_{d_5}\left(0, \frac{1}{25}\right)$ הוא קבוצה סגורה ב (\mathbb{Z}, d_5) כאשר d_5 המטריקה ה-5-אדית.
- ב. (20 נקודות) בכל אחד מהמקרים הבאים קבעו אם הפונקציה האופיינית

$$\chi_A : X \rightarrow \{0,1\} \text{ המוגדרת ע"י } \chi_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases} \text{ רציפה.}$$

1. X הוא המרחב המטרי (\mathbb{Z}, d_5) ו- $A = B_{d_5}\left(0, \frac{1}{25}\right)$.
2. $X = \mathbb{Z}$ תת המרחב המטרי של \mathbb{R} ו- $A = B\left(0, \frac{1}{25}\right)$.

בהצלחה!