

פתרון תרגיל בית 15 – לוגיקה

הוכיחו את הטענות הבאים בשיטת הדדוקציה הטבעית **תוך שימוש בכלל ה-C.P.**

$$\begin{array}{l} 1. p \rightarrow q \\ 2. p \rightarrow r \quad / \therefore p \rightarrow (q \wedge r) \\ \rightarrow 3. p \\ 4. q \quad 1, 3, M.P. \\ 5. r \quad 2, 3, M.P. \\ 6. q \wedge r \quad 4, 5, Conj. \\ \hline 7. p \rightarrow (q \wedge r) \quad 3-6.C.P. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1. p \rightarrow (q \wedge r) \\ 2. (q \vee m) \rightarrow t \quad / \therefore \neg t \rightarrow \neg p \\ \rightarrow 3. \neg t \\ 4. \neg(q \vee m) \quad 2, 3, M.T. \\ 5. \neg q \wedge \neg m \quad 4, DeM. \\ 6. \neg q \quad 5, Simp. \\ 7. \neg q \vee \neg r \quad 6, Add. \\ 8. \neg(q \wedge r) \quad 7, DeM. \\ 9. \neg p \quad 1, 8, M.T. \\ \hline 10. \neg t \rightarrow \neg p \quad 3-9, C.P. \end{array}$$

[הערה: בתרגיל הקודם אם "הופכים" את המסקנה ל- $p \rightarrow t$ אז ההוכחה יותר ישירה ויותר קצרה. אתם מוזמנים לנסות!]

$$\begin{array}{l} 1. r \quad / \therefore p \rightarrow (q \rightarrow r) \\ \rightarrow 2. p \\ 3. r \vee \neg q \quad 1, Add. \\ 4. \neg q \vee r \quad 3, Com. \\ 5. q \rightarrow r \quad 4, Impl. \\ \hline 6. p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad 2-5, C.P. \end{array}$$

[שימו לב שאת התרגיל הנ"ל ניתן לפתור גם באמצעות הפעלה כפולה של כלל ה-C.P., רק שזה יוצא (לטעמי) קצת יותר מסובך.]

1. $p \rightarrow q \quad / \therefore (p \wedge q) \leftrightarrow p$

→ 2. $p \wedge q$

3. $p \quad 2, \text{Simp.}$

4. $(p \wedge q) \rightarrow p \quad 2-3, \text{C.P.}$

→ 5. p

6. $q \quad 1, 5, \text{M.P.}$

7. $p \wedge q \quad 5, 6, \text{Conj.}$

8. $p \rightarrow (p \wedge q) \quad 5-7, \text{C.P.}$

9. $[(p \wedge q) \rightarrow p] \wedge [p \rightarrow (p \wedge q)] \quad 4, 8, \text{Conj.}$

10. $(p \wedge q) \leftrightarrow p \quad 9, \text{Equiv.}$