

1. עבור קבוצה $A \subseteq \mathbb{R}^n$, נסמן ב $\text{Lim}A$ את אוסף נקודות הגבול (נקודות ההצטברות) של A . הוכח או הפרך את הטענות הבאות.

(א) לכל שתי קבוצות $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$

$$\text{Lim}A \cap \text{Lim}B \subseteq \text{Lim}(A \cap B)$$

(ב) לכל שתי קבוצות $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$

$$\text{Lim}A \cap \text{Lim}B \supseteq \text{Lim}(A \cap B)$$

(ג) לכל שתי קבוצות $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$

$$\text{Lim}A \cup \text{Lim}B = \text{Lim}(A \cup B)$$

(ד) לכל סדרה של קבוצות $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$

$$\text{Lim} \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} \text{Lim}A_n$$

2. תהי $A \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצה. הוכח כי $\text{Lim}A$ היא קבוצה סגורה.

3. האם הקבוצות הבאות פתוחות? סגורות? הוכח או הפרך.

(א) $A = \{(x, y) \mid y = 0, x \in (0, 1)\}$ ב \mathbb{R}^2 .

(ב) $B = (0, 1)$ ב \mathbb{R} .

4. האם הקבוצות הבאות פתוחות? סגורות? חסומות? הוכח או הפרך

(א) $A = \{(x, y) \mid x = y\}$

(ב) $B = \{(x, y) \mid x > 0, y < 0, x + y > -1\}$

5. האם לסדרה הבאה יש גבול? ואם כן, מהו?

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 4n + 5}{n^6 + 2n^2 + 3}, (n+1) \left[\frac{n}{7} \right] \right)$$

שים לב שסוגריים מרובעות מייצגות את הערך השלם.

6. האם הגבולות הבאים קיימים? ואם כן, מהם?

(א)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,3)} (4xy^2 - x)$$

(2)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (c,a)} \frac{\sin(xy)}{x}$$

(3)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2 + y^2)^{x^2 y^2}$$

(7)

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xyz}{x^4 + y^4 + z^4}$$

(7)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} \frac{e^{x-1} - 1}{e^{y+1} - 1}$$

(1)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2}$$