

84-172 מתמטיקה ב' לכימאים – דר' ארז שיינר – מועד ב' – תשפ"א

משך המבחן: שלוש שעות הוראות: יש לפתור את כל השאלות, משקל כל שאלה 28 נק', כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

שאלה 1 נביט במערכת המשוואות הבאה עם הנעלמים x, y, z והפרמטר a , בשדה המספרים הממשיים.

$$\begin{cases} x - ay + a^2z = 2 \\ x + (a^2 - a)z = 2 \\ x - ay + (2a^2 - a)z = 2 \\ x - ay + a^2z = a^2 - 3a + 4 \end{cases}$$

- א. מצאו לכל ערכי הפרמטר a אם למערכת יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות כלל
 ב. מצאו את הפתרון הכללי למערכת המשוואות עבור $a = 1$
 ג. מצאו פתרון למערכת המשוואות עבור $a = 2$

שאלה 2 נביט בהעתקה הליניארית $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ המקיימת

$$\begin{aligned} T(1,0,0) &= (1,1,0) \\ T(0,1,0) &= (1,-1,-3) \\ T(0,0,1) &= (0,1,1) \end{aligned}$$

- א. קבעו האם ההעתקה T הפיכה, ואם כן מצאו את $T^{-1}(x, y, z)$
 ב. מצאו את $T(0,0,3)$ ואת $T^{-1}(0,0,3)$
 ג. חשבו את $[T]^2$
 ד. מצאו את $T(T(x, y, z))$

שאלה 3

- א. מצאו את כל הפתרונות $z \in \mathbb{C}$ למשוואה $z^5 = -1$
 ב. מצאו את כל הפתרונות $z \in \mathbb{C}$ למשוואה $z^5 - z^2 = 0$
 ג. מצאו את כל הפתרונות $z \in \mathbb{C}$ למשוואה $(1+i)z = (1-i)^6 + i$

שאלה 4 לכל אחד מן התחומים הבאים, חשבו את האינטגרל הכפול $\iint_D (x \cdot y) dx dy$

- א. $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$
 ב. $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq 1, -\sqrt{1-y} \leq x \leq \sqrt{1-y}\}$
 ג. $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$