בס"ד

<u>בוחן באלגברה לינארית 1- קיץ תשע"ב</u>

1) נתונות שתי מטריצות מעל $\mathbb{R}$:

$$B=\begin{pmatrix}1&0&0\\d&2&0\\e&f&3\end{pmatrix}\qquad A=\begin{pmatrix}1&a&b\\0&1&c\\0&0&1\end{pmatrix}$$

מצא מטריצות אלמנטריות $E_1,...,E_k$ כך שמתקיים $E_1\cdots E_kA=B$. (30 נק')

2) נתונה מערכת משוואות מעל $\mathbb{R}$ עם נעלמים x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 המיוצגת על ידי המטריצה

$$\left(\begin{array}{ccccc|c}1&a_1&a_2&0&a_3&0\\a_4&0&a_5&2&a_6&0\\a_1&0&a_6&0&a_9&0\end{array}\right)$$

חלק מערכי המטריצה לא ידועים ומיצגים על ידי הפרמטרים $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7,a_8,a_9$.

א. נתון כי A מדורגת. בזכות מידע זה ניתן למצוא חלק מהפרמטרים. איזה פרמטרים? למה הם שווים? נמק.(10)

ב. בנוסף, נתון כי A מדורגת קנונית. בזכות מידע זה ניתן למצוא פרמטרים נוספים. איזה פרמטרים? למה הם שווים? נמק. (10 נק')

ג. בנוסף לכך ש A מדורגת קנונית, נתון כי במערכת המשוואות יש בדיוק שני משתנים חופשיים. איזה פרמטרים נוספים ניתן למצוא על סמך מידע זה? מה ערכם? נמק. (10 נק')

ד. מצא את הפתרון הכללי של המערכת שהתקבלה בסעיף הקודם. אם עדיין יש פרמטרים שאי אפשר לדעת את ערכם, בטא את הפתרון באמצעותם. (10 נק')

3) אין קשר בין הסעיפים!!!

א. יהי $V=\mathbb{R}_3[x]$. נגדיר U להיות : $U=\{p(x)\in V \mid p(1)=p(0)\}$.

הוכיחו ש-U תת מרחב של V ומצאו בסיס ומימד ל- U. (20 נק')

ב. יהיו B,A תתי קבוצות של מ"ו V. הוכיחו/ הפריכו :

1. $sp(A\cap B)=spA\cap spB$.

2. $sp(spA)=spA$.

(20 נק')

בהצלחה!