

Extensive Form Games with Imperfect Information

עד עכשיו הנחנו שהשחקן שמבצע פעולה יודע בדיוק את כל ההיסטוריה עד עכשיו:

- כל הבחירות של השחקנים האחרים
- כל מצבי הטבע

בהרבה מצבים המידע שיש לשחקנים הוא חלקי. לכן בimperfect information extensive form games:

- צמתי הבחירה של כל שחקן מחולקים לinformation sets
- השחקנים לא יכולים להבחין בין צמתי בחירה בתוך קבוצות מידע

לכן נצטרך להוסיף להגדרת המשחק את I :

$$(N, A, H, Z, \chi, \rho, \sigma, u, I)$$

כאשר יש לנו את החלקים מperfect information:

	N	השחקנים
	A	הפעולות ששחקנים יכולים לבצע
	H	choice nodes - הצמתים בהם מתבצעות פעולות
choice node בכל	χ	action function - פונקציה $\chi : H \rightarrow 2^A$ שמגדירה איזה פעולות אפשריות לשחקן בכל choice node ב H
choice node בכל	ρ	player function - פונקציה $\rho : H \rightarrow N$ שמגדירה איזה שחקן מבצע את הבחירה בכל choice node ב H
	Z	terminal nodes - צמתים בהם המשחק מסתיים(כבר אי אפשר לבצע פעולות)
terminal node את התמורות	u	utility function - פונקציה $u = (u_1, \dots, u_n) : Z \rightarrow \mathbb{R}^n$ שמגדירה לכל terminal node את התמורות שכל השחקנים מקבלים אם המשחק מסתיים בו
choice node איזה פעולה תוביל	σ	successor function - פונקציה $\sigma : H \times A \rightarrow H \cup Z$ שמגדירה לכל choice node איזה פעולה תוביל לאיזה צומת. זה חייב להסתיים בעץ - כלומר לכל $h_1, h_2 \in H$ ו $a_1, a_2 \in A$ צריך להתקיים

$$\sigma(h_1, a_1) = \sigma(h_2, a_2) \iff h_1 = a_1 \wedge h_2 = a_2$$

ובנוסף יש רכיב חדש:

I - information sets $I = (I_1, \dots, I_n)$ כאשר $I_i = (I_{i,1}, \dots, I_{i,k_i})$ הוא יחד שקילות על $\{h \in H | \rho(h) = i\}$ המקיים $\chi(h) = \chi(h')$ ו $\rho(h) = \rho(h')$ לכל j עבורו $h \in I_{i,j}$ וגם $h' \in I_{i,j}$

כלומר לכל צומת בחירה באותה קבוצת אינפורמציה יש אותן פעולות שיכולות להתבצע על ידי אותו שחקן.

אסטרטגיה טהורה בimperfect information game מוגדרת כמו אסטרטגיה טהורה בperfect information game, רק שבמקום לקבוע פעולה לכל צומת בחירה האסטרטגיה הטהורה צריכה לקבוע פעולה לכל קבוצת מידע.

הצגת Normal Form Game

תצוגת imperfect information הרבה יותר גמישה מאשר perfect information - היא יכולה לשמש כדי להציג כל normal form game, כי ניתן להשתמש בהסרת המידע בשביל ליצור משחקים סימולטניים. כל משחק imperfect information ניתן להציג בתור normal form game - לוקחים את כל האסטרטגיות הטהורות של שחקן אחד לעמודות ושל השני לשורות. כעת ניתן להסתכל גם על אסטרטגיות מעורבות. צריך לשים לב - למרות שמוגדרות הטרנספורמציות $IIEF \rightarrow NF$ ו $NF \rightarrow IIEF$, הפעלה שלהם בטור ($IIEF \rightarrow NF \rightarrow IIEF$) לא בהכרח תוביל לאותה הצגה - למרות שמובטח לנו שיהיה אותו מרחב אסטרטגיות ואותו סט של ש"מ נאש.

דוגמה: • משחק המיוצג עם המון רמות ב $IIEF$, אבל במעבר חזרה הופך להיות 2 רמות.

אסטרטגיות אקראיות - Randomized Strategies

קיימים שני סוגים של אסטרטגיות אקראיות ב Imperfect information game:

- mixed strategies - רנדומיזציה על אסטרטגיות טהורות
- behavioral strategies - אסטרטגיה התנהגותית - כשנהיה בנקודת החלטה נטיל מטבע

אמנם נראה שמדובר באותו דבר, אבל הסוגים הללו שונים במהות, כי הוא לא בהכרח יודע כמה עוד החלטות הוא צריך לקבל (צמתי בחירה שונים באותה קבוצת מידע יכולים להוביל לאורכים שונים של המשך העץ). אם השחקן עלול לחזור לצומת באותו information set, ב mixed strategy הוא חייב לבחור באותה פעולה אבל behavioral strategy הוא מגריל מחדש כל פעם (עם אותם סיכויים בכל פעם!!!) כי הוא לא יודע להבחין בין המצבים באותה קבוצת מידע. זה אומר שב mixed strategy יכולים להיות מצבים שאי אפשר להגיע אליהם!

מעבר ל Subgame Perfection

כאשר המידע לא מושלם הרעיון של Subgame Perfection הוא קצת בעייתי - כי השחקנים לא באמת יודעים איפה הם נמצאים.