

מבחן מועד א' בקורס 83114

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

מרצה: ד"ר רוני ביתן, משך הבחינה: שעתיים וחצי, חומר עזר מותר: מחשבון פשוט, משקל כל שאלה: 25 נקודות.

ענה על ארבע שאלות מתוך חמש. נמק את צעדיך !

שאלה 1. הראה כי:

א. הפרש של שתי סדרות פונקציות המתכנסות כל אחת במידה שווה בקטע I מתכנס אף הוא במידה שווה שם.

ב. אם טור פונקציות $\sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ מתכנס במידה שווה בקטע I , אז גם סדרת הפונקציות $\{f_k(x)\}$

מתכנסת במידה שווה לאפס שם (אפשר להיעזר בתוצאה של סעיף א').

שאלה 2.

א. תהא הפונקציה: $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4 + x^2}$. הראה כי האינטגרל $\int_0^{\infty} f(x) dx$ מתכנס.

ב. קבע היכן טור הפונקציות $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$ מתכנס במידה שווה.

שאלה 3. מצא את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה: $f(x, y) = (1 + e^y) \cos x - ye^y$.

איזו תופעה מתרחשת כאן שאינה יכולה להתרחש במקרה של פונקציות של משתנה אחד ?

שאלה 4. חשב את האינטגרל: $\int_L (e^x \sin y - xy) dx + (e^x \cos y - 1) dy$

באשר L הוא הקשת על המעגל $x^2 + y^2 = ax$ בין הנקודה $(a, 0)$ לנקודה $(0, 0)$.

שאלה 5. הגוף V חסום מלמטה ע"י החרוט $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ומלמעלה ע"י מעטפת הכדור

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$. אשר את משפט גאוס על הגוף V בנוכחות השדה הווקטורי $A = (0, 0, z)$.

בהצלחה !