

פתרון תרגיל בית 22 – לוגיקה 2014

תרגיל (תיאור מיידע א')

הצרינו את הפסוקים לפי תורת התיאורים המיידעים של ראסל (Russell) (לכל פסוק יש מילון נפרד שמפורט תחתיו).

א. שני הסנטורים של אריזונה אוהבים זה את זה.

$x - Sx$ הוא סנטור של אריזונה; $x - Lxy$ אוהב את y

תשובה:

$$\exists x \exists y (((Sx \wedge Sy) \wedge \neg x = y) \wedge \forall z (Sz \rightarrow (z = x \vee z = y)) \wedge (Lxy \wedge Lyx))$$

ב. האיש הגבוה ביותר בעולם אינו גבוה יותר מעצמו.

$x - Px$ אדם; $x - Txy$ יותר גבוה מ- y

תשובה:

$$\exists x ((Px \wedge \forall y ((Py \wedge \neg x = y) \rightarrow Txy)) \wedge \neg Txx)$$

ג. השכן של רותי מטריד את מנוחתה.

$x - Nxy$ שכן של y ; $x - Hxy$ מטריד את מנוחתו של y ; r - רותי

תשובה:

$$\exists x ((Nxr \wedge \forall y (Nyr \rightarrow y = x)) \wedge Hxr)$$

ד. האדם המחזיק מרטיני בידו הוא הרצל.

$x - Px$ הוא אדם שמחזיק מרטיני בידו; h - הרצל

תשובה:

$$\exists x (Px \wedge \forall y (Py \rightarrow y = x)) \wedge Ph$$

או: $\exists x ((Px \wedge \forall y (Py \rightarrow y = x)) \wedge x = h)$

תרגיל (תיאור מיידע ב')

הצרינו את הפסוקים הבאים פעמיים: פעם אחת לפי ראסל (Russell) ופעם אחת לפי פרגה (Frege).

שימו לב: אם יש צורך בשם פרטי שאינו מופיע במילון- הוסיפו אותו בעצמכם.

א. המחבר של "מלחמה ושלום" הוא גאון.

$x - Wx$ הוא מחבר של ה"מלחמה ושלום"; $x - Gx$ הוא גאון

תשובה (ראסל): $\exists x((Wx \wedge \forall y(Wy \rightarrow x = y)) \wedge Gx)$

תשובה (פרגה): Gt

כאשר t – המחבר של "מלחמה ושלום"

ב. החברה של מרי מכירה את עדי.

$x - Fxy$ חבר של y ; $x - Kxy$ מכיר את y ; $m - m$ מרי; $a - a$ עדי

תשובה (ראסל): $\exists x((Fxm \wedge \forall y(Fym \rightarrow y = x)) \wedge Kxa)$

תשובה (פרגה): Kba

כאשר b – החברה של מרי

ג. המפקד של המבצע הוא היחיד שתפקד כראוי במבצע.

$x - Cx$ הוא מפקד של המבצע; $x - Fx$ תפקד כראוי במבצע

- שימו לב שיש כאן שני תיאורים מיידעים (ולכן לפי פרגה יש כאן שני שמות פרטיים).

תשובה (ראסל): $\exists x((Cx \wedge \forall y(Cy \rightarrow y = x)) \wedge (Fx \wedge \forall y(Fy \rightarrow y = x)))$

תשובה (פרגה): $a = b$

כאשר a – המפקד של המבצע; b – היחיד שתפקד כראוי

ד. האדם המחזיק מרטיני בידו הוא חוזה המדינה.

$x - Px$ הוא אדם שמחזיק מרטיני בידו; $x - Hx$ הוא חוזה של המדינה

- שימו לב שגם כאן יש שני תיאורים מיידעים.

תשובה (ראסל):

$\exists x((Px \wedge \forall y(Py \rightarrow y = x)) \wedge \exists z((Hz \wedge \forall y(Hy \rightarrow y = z)) \wedge z = x))$

או: $\exists x((Px \wedge \forall y(Py \rightarrow y = x)) \wedge (Hx \wedge \forall y(Hy \rightarrow y = x)))$

תשובה (פרגה): $a = b$

כאשר a – האדם המחזיק מרטיני בידו; b – חוזה המדינה

תרגיל (תכונות של יחסים א')

קבעו אילו מ-9 התכונות שלמדנו מקיים כל אחד מהיחסים הבאים:

[תחום הדיון: בני האדם.]

א. x זהה ל- y

תשובה: רפלקסיבי, סימטרי, טרנזיטיבי.

ב. x אחות של y

תשובה: א-רפלקסיבי, לא-סימטרי (כי יכול להיות שדנה אחות של רינה ואז גם רינה אחות של דנה, ויכול להיות שדנה אחות של משה, אבל משה לא אחות של דנה!), לא-טרנזיטיבי.

ג. x מהיר מ- y

תשובה: א-רפלקסיבי, א-סימטרי, טרנזיטיבי.

ד. x הולך לכיוון שאליו הולך y

תשובה: רפלקסיבי, סימטרי, טרנזיטיבי.

ה. x הולך בכיוון הפוך מזה שבו הולך y

תשובה: א-רפלקסיבי, סימטרי, א-טרנזיטיבי.

ו. x עומד מאחורי y בשורה

תשובה: א-רפלקסיבי, א-סימטרי, טרנזיטיבי.

תרגיל (יחסים-תיאורתי)

א. האם קיים יחס א-רפלקסיבי שהוא גם סימטרי וגם טרנזיטיבי?
תשובה: כן, היחס הריק (ורק היחס הריק).

ב. הוכיחו שקבוצת הפסוקים הבאה היא עקבית:

$$\{\forall x \neg Rxx, \forall x \forall y (Rxy \rightarrow \neg Ryx), \forall x \forall y \forall z ((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow \neg Rxz)\}$$

תשובה: יש למצוא פשר שבו הפסוקים אמיתיים. ניתן לקחת את הפשר הבא: $D = \{1, 2, 3\}$, $I(R) = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$.

ג. מנו את כל האפשרויות שבהן הפסוק "המלך הנוכחי של צרפת הינו קרח" הוא שקרי, לפי ראסל (Russell).

תשובה: הפסוק שקרי אם לפחות אחת מהטענות הבאות היא אמיתית:

1. אין מלך לצרפת
2. קיימים לפחות שני מלכים לצרפת
3. קיים מלך צרפת שאינו קרח

ד. ענו על סעיף 3 לפי פרגה (Frege).

תשובה: אם קיים אובייקט יחיד שהוא המלך הנוכחי של צרפת וגם הוא אינו קרח.